ELEKTRONEN-RÖHREN

VON

H. BARKHAUSEN

1. BAND

ALLGEMEINE GRUNDLAGEN

VIERTE AUFLAGE

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG

Lehrbuch der Elektronen-Röhren

und ihrer technischen Anwendungen

Von

DR. H. BARKHAUSEN

ordentl. Professor und Direktor des Instituts für Schwachstromtechnik
an der Technischen Hochschule Dresden

1. Band: Allgemeine Grundlagen

Vierte, vollständig umgearbeitete Auflage

Mit 118 Abbildungen

VERLAG S. HIRZEL / LEIPZIG 1931

ALLE RECHTE, INSBESONDERE DAS DER
ÜBERSETZUNG IN FREMDE SPRACHEN,
VORBEHALTEN · COPYRIGHT BY S. HIRZEL
AT LEIPZIG 1928 · PRINTED IN GERMANY

Vorwort zur ersten Auflage.

Das vorliegende Buch ist die erweiterte Wiedergabe einer Dienstschrift, die ich während meiner Kriegstätigkeit bei der Inspektion des Torpedowesens in Kiel verfaßt habe, und deren erster Teil im Herbst 1918 in Fahnen gedruckt vorlag. Leider kam nach Beendigung des Krieges die geplante Herausgabe im Buchhandel zunächst nicht zustande, ich veröffentlichte nur Teile in „Jahrbuch für drahtlose Telegraphie", Bd. 14, 16 und 18.

Den Plan zu dieser Untersuchung hatte ich schon vor dem Kriege gefaßt, da mich schon meine Doktorarbeit[1]) 1907 auf das Problem der Erregung und Verstärkung von Wechselströmen geführt hatte. Ich hatte im Frühjahr 1914 auch schon aus Amerika einige Röhren und Verstärker bezogen, da es mir in Deutschland nicht gelang, außer einer alten Liebenröhre etwas zu erhalten. Der Ausbruch des Krieges stellte mich dann zunächst vor andere Aufgaben. Erst im Jahre 1917 wurde ich auf meinen Wunsch von der Inspektion des Torpedowesens mit der systematischen Untersuchung der ganzen Röhrenfragen und der Abfassung einer Dienstschrift darüber beauftragt.

Es gab damals schon sehr gut durchgebildete Verstärker, besonders von der Firma Siemens & Halske (W. Schottky), sowie Sender und Empfänger, besonders von der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie (A. Meißner, H. Rukop), deren Ausführung einen hohen Stand in der wissenschaftlichen Erkenntnis verriet, und die mir meine Arbeiten natürlich sehr erleichterten. Bei allen Untersuchungen stand ich ferner in regem Gedankenaustausch mit meinem Studienfreund H. G. Möller, der bei der Technischen

[1]) Das Problem der Schwingungserzeugung. Verlag von S. Hirzel, Leipzig.

Abteilung für Funkergerät eine entsprechende Stellung inne hatte. Das von diesem herausgegebene gleichnamige Buch (Heft 49 der Sammlung Vieweg) ist daher natürlich in vieler Hinsicht dem meinen ähnlich und ich habe eine Zeitlang gezweifelt, ob ein weiteres Buch über den gleichen Gegenstand nicht überflüssig sei. Zahlreiche Anfragen und der Umstand, daß die Hefte des „Jahrbuchs", die meine Arbeiten enthielten, in kurzer Zeit vergriffen waren, zeigten aber, daß ein Bedürfnis nach meinem Buch noch vorhanden war. Auch glaube ich, daß im einzelnen doch wesentliche Unterschiede zwischen beiden Büchern bestehen und daß eine weitergehende und gründlichere Behandlung bei dem großen Interesse und der außerordentlichen Wichtigkeit dieses neuen Gebietes vielen willkommen sein wird.

Dresden, im Oktober 1922.

Barkhausen.

Vorwort zur vierten Auflage.

Die Bearbeitung der ersten Auflage dieses Bandes entstammte einer Zeit (1917—1921) als es noch keinen Rundfunk gab, als die „Telegraphie ohne Draht" noch das Hauptanwendungsgebiet der Elektronenröhren war. Die zweite und dritte Auflage, sowie zwei weitere Neudrucke dieser Auflage konnten bei dem schnellen Absatz und der noch schnelleren Entwicklung der Funktechnik nur wenig umgearbeitet werden, da ich es für wichtiger hielt, zunächst einmal Band II und III fertigzustellen. Nachdem dies im vorigen Jahre geschehen ist, konnte ich die so dringend notwendige Umarbeitung von Band I in Angriff nehmen. Die dabei zu berücksichtigende *Weiterentwicklung der Technik* bestand hauptsächlich in folgendem:

A. Röhren.

Die Wolframheizdrähte wurden für kleinere Röhren vollständig verdrängt durch die *Thorium- und Barium-Drähte.* Diese besitzen schon bei mäßig hohen Temperaturen eine starke

Emission. Während die früheren Wolframdrähte bis dicht an die Grenze des Durchbrennens belastet werden mußten und ein geringes „Heizmaß" in Rücksicht auf die Lebensdauer eingehalten werden mußte, spielt das Heizmaß bei den neuen Röhren kaum noch eine Rolle. Man kann die neuen Röhren einerseits ohne Gefahr des Durchbrennens stark überlasten, anderseits erhält man auch bei einer erheblichen Schwächung der Heizung noch immer eine ausreichend große Emission. Die Sättigungserscheinungen spielen daher jetzt kaum noch eine Rolle. Dabei ist die Heizleistung wegen der tieferen Temperatur ganz erheblich herabgesetzt (0,06 Amp. anstelle von 0,5 Amp. bei 4 Volt). Außerdem gelangt es, besonders durch die *indirekte Heizung* die Röhren statt aus Batterien direkt aus dem Starkstromnetz zu heizen, wobei dann der Verbrauch an Heizleistung praktisch überhaupt keine Rolle mehr spielt.

Bei Verwendung der neuen einwandfrei arbeiten den „*Netzanoden*" fällt auch der Anodenstromverbrauch nicht mehr ins Gewicht und die Anodenspannung kann ohne Schwierigkeiten auf 200 Volt und höher gesteigert werden. Dadurch konnte wieder der Arbeitspunkt, der bei den alten Röhren bei einem Anodenstrom von etwa 0,5 m Amp. lag, auf mehrere m Amp. verschoben werden, d. h. auf einen Arbeitspunkt, wo die Steilheit der Kennlinie erheblich größer ist. Durch Röhren mit mehreren parallelen Heizfäden wurde die Steilheit noch weiter in die Höhe getrieben und beträgt jetzt 1—2 mA/V gegenüber 0,1 mA/V bei den alten Wolframröhren. Dieses bedingte eine entsprechende Erhöhung des Verstärkungsgrades und Erniedrigung des inneren Widerstandes, was natürlich wieder Rückwirkungen auf die Schaltungselemente ausübte.

B. Schaltungen.

Die Dimensionierung der Schaltungselemente für die Verstärker hat aber eine viel größere Änderung dadurch erfahren, daß das neue Anwendungsgebiet, der Rundfunk, ganz andere Anforderungen stellte. Bei den früheren *Niederfrequenzverstärkern* war man froh, wenn man überhaupt nur eine gute

Verstärkung erreichte. Bei der Telegraphie, die in der Funktechnik vorherrschte, war die Verstärkung eines engen Frequenzbereiches sogar erwünscht, und in der gewöhnlichen Fernsprechtechnik läßt man sich aus wirtschaftlichen Gründen auch jetzt noch eine große Verzerrung der Sprache gefallen, solange dadurch die Verständigung nicht unmöglich wird. Auch sind hier Mikrophone und Telephone an sich schon so schlecht, daß eine geringe Verschlechterung durch einen Verstärker gar nicht bemerkbar wird. Beim Rundfunk kommt es aber gerade auf die Übertragung aller künstlerischen Feinheiten von Sprache und Musik an, und die Ansprüche, die hier an einen guten Verstärker gestellt werden, sind außerordentlich hoch, zumal auch der Verstärkungsgrad bei der jetzt bevorzugten Verwendung von *Lautsprechern*, an die früher kaum jemand dachte, wesentlich höher sein muß.

Während so bei den Niederfrequenzverstärkern eine möglichst weite Verbreiterung des gleichmäßig verstärkten Frequenzbereiches gefordert wird, wird bei den *Hochfrequenzverstärkern* gerade umgekehrt eine möglichst enge Frequenzauswahl gefordert. Die alten Hochfrequenzverstärker waren selbst meist gar nicht abstimmbar, mußten also einen breiten Frequenzbereich verstärken, um die verschiedenen Sender, die man durch gesonderte Abstimmmittel einstellte, alle durchzulassen. Jetzt wird dagegen wohl stets die Abstimmung in den Hochfrequenzverstärker selbst gelegt, und die große Zahl dicht benachbarter Sender, sowie die Erkenntnis, daß die Störungsfreiheit umgekehrt proportional dem durchgelassenen Frequenzbereich ist, fordern, daß nur ein enger Frequenzbereich verstärkt wird. Mit derartig scharf abgestimmten Verstärkern lassen sich auch noch sehr hohe Frequenzen, *sehr kurze Wellen verstärken*. Dabei spielen nur die natürlichen Kapazitäten der Röhre sowie der Schaltelemente eine noch größere Rolle, insbesondere die zwischen Gitter und Anode wirksame (C_{ga}). Durch Ausgestaltung der alten Anodenschutznetzröhren zu den neuen *Schirmgitterröhren* und gute Abschirmung der ganzen Schaltelemente ist es gelungen, das wirksame C_{ga} praktisch vollkommen zu null zu machen und dadurch die Schwingsicherheit der Verstärker erheblich zu erhöhen.

Wenn auch die einfachen Grundgesetze, durch die die ganzen Vorgänge beherrscht werden, dieselben geblieben, nur noch besser bestätigt sind, so sind doch die Gesichtspunkte dafür, was als wesentlich hervorzuheben, was als unwesentlich zu vernachlässigen ist, völlig andere geworden. Aus diesem Grunde war eine gänzliche Umarbeitung der alten Auflage erforderlich. In dem ersten Teil: „Grundlagen" wurde ferner ein Abschnitt „Theorie der Schaltungen" neu aufgenommen, in dem alles das kurz zusammengestellt ist, was bei den verschiedenen Anwendungsgebieten später immer wieder gebraucht wird. Dadurch ist dieser erste Teil freilich so lang geworden, daß er in dem vorliegenden Band I für sich allein herausgegeben wird. Dafür war noch mehr der Umstand bestimmend, daß dann in Band II das gesamte Problem der Verstärker zusammenkommt. Die beim modernen Lautsprecherbetrieb benutzten Kraftverstärker waren nämlich bisher im Teil III „Der Leistungsumsatz" im Sender-Bande behandelt, wo sie niemand suchte. Die neue Einteilung ist daher in sich logischer und entspricht besser der neuen Entwicklung, nach der der Leistungsumsatz bei Kraftverstärkern wichtiger ist als bei Sendern.

Dresden, Ostern 1931.

Barkhausen.

Inhalt.

Seite

Allgemeine Übersicht.

Übersicht über die verschiedenen Anwendungen (1921)

I. Teil. Allgemeine Grundlagen.

A. Theorie der Röhren.

1. Röhren ohne Gitter. (Dioden.)

§ 1. Die Gesetze der Elektronenbewegung im hohen Vakuum 6

a) Ladung und Masse.

b) Geschwindigkeit und Spannung. Elektrische und magnetische Felder. Praktisch trägheitsloses Arbeiten.

§ 2. Das Vakuum.

a) Stoßionisation 9
Ionisierungsspannung. Unregelmäßiges Verhalten.

b) Meßmethoden 9
Aufleuchten des Röhreninnern. Verkehrter Gitterstrom. Vakuumfaktor. Berechnung aus der kinetischen Gastheorie. Störungen durch schlechte Isolation, durch selbsterregte Schwingungen.

c) Die erforderliche Höhe und ihre Herstellung. 12
Störung der Verstärker- und Audionwirkung. Zerstörung der Kathode. Erhitzen beim Pumpen erforderlich. Hochfrequenzheizung. Gettern.

§ 3. Elektronenaustritt aus glühenden Drähten.

a) Sättigungsstromgesetz 15
Temperaturspannung, Austrittsarbeit. Einfluß äußerer elektrischer Felder.

b) Elektrische Heizung 21
Tafel I für Wolframdrähte. Ungleichmäßige Verteilung der Emission. Wärmeleitung. Wärmestrahlung. Heizmaß.

Seite

c) Zusätzliche Heizwirkungen 27
Einfluß des Emissionsstromes bei Heizung mit Gleichstrom und Wechselstrom. Labilität. Indirekte Heizung. Abkühlungseffekt. Heizung durch Oxydschicht. Rückheizung durch Anodenerwärmung.

§ 4. Anlaufstrom 33
Exponentialgesetz, Kontaktpotential, Negative Aufladung isolierter Teile. Energieumsatz.

§ 5. Raumladungsstrom.

a) Theorie 36
Kennlinien, Minimumpotential, Tafel II für β. Ein Beispiel. Sättigungsspannung. Raumladungsgesetz. Folgerungen. Gaszusatz.

b) Abweichungen 46
Magnetisches und elektrisches Feld des Heizstroms. Anfangsgeschwindigkeiten. Kontaktpotential. Ungleichmäßige Temperaturverteilung. Zusammenfassung.

c) Steilheitskurven 52
Bedeutung für die verschiedenen technischen Zwecke. Aufnahme mit Wechselstrom. Praktischer Verlauf. Theoretische Erklärung.

§ 6. Elektroneneintritt in Metalle.

a) Wärmewirkung 57
Leistungsumsatz. Erhitzung der Anode, des Glases.

b) Sekundärelektronen 58
Auslösung durch Primärelektronen. Erhöhung durch Bariumschicht. Echte Reflexion. Zusätzlicher Gitter- und Anodenstrom. Negative Gesamtströme. Fallende Kennlinien, Dynatron.

c) Röntgenstrahlen. Praktisch ohne Wirkung 64

§ 7. Einwirkung von Magnetfeldern 64
Nur Krümmung der Elektronenbahnen, keine Geschwindigkeitsänderung. Bei kleineren Geschwindigkeiten stärkere Krümmung. Trennung von Primär- und Sekundärelektronen. Krümmungsradius. Einfluß des Erdfeldes, des Heizstromfeldes. Feld parallel zum Heizdraht. Umkehr der Elektronen. Magnetron. Große Steuerleistung.

Seite

2. Röhren mit Gitter. (Trioden, Tetroden, Penthoden.)

§ 8. Steuerspannung U_{st} 69
Gitter- und Anodenspannung. Überlagerung der Wirkungen. Zurückführung auf die gitterlose Röhre. Verschiebungsspannung. $J_a\ U_g$ – und $J_a\ U_a$ – Kennlinien. 2-Platten-Röhre. Falsche Gleichrichterschaltung. Außengitterröhren. Inselbildung.

§ 9. Durchgriff D 80
Berechnung aus Teilkapazitäten. Einfluß der geometrischen Dimensionen von Gitter und Anode. Beispiele. Messung des Durchgriffs aus Kennlinienverschiebung; aus Durchgriffslinien; mit Wechselstrom. Bei positiver Gitterspannung Unterschied zwischen D_c und D_a.

§ 10. Steilheit S und innerer Widerstand Ri.

a) Definitionen 87
Zusammenhang mit den Kennlinien. S_a und S_c; R_{ia} und R_{ic}.

b) Messungen 89
Aus den Kennlinien. Mit Wechselstrom. Mittlere Steilheit. Unregelmäßigkeiten bei positivem Gitter.

§ 11. Stromverteilung.

a) Eine Elektrode negativ 95
Strom zu negativer Elektrode null. Anlaufstrom.

b) Eine Elektrode kleiner als + 10 Volt 97
Tank'sche Stromverteilungsformel. Beispiele.

c) Beide Elektroden stärker positiv 101
Einfluß von Sekundärelektronen. Dynatron. Gitter-Dynatron. „Durchstoßen."

§ 12. Doppelgitterröhren (Tetroden).

a) Steuerspannung 107
Steuerspannung erster Art. Sehr kleiner, wirksamer Anodendurchgriff. „Schutznetz"- oder „Schirmgitterröhren".

b) Stromverteilung 108
Steuerspannung zweiter Art. Raumladegitterröhren. Größere Steilheit der Kennlinie. Praktisch nicht voll erreicht. Fallende Kennlinie. Negadyn.

c) Dreigitterröhren (Penthoden) 113
Schirmgitterröhren mit Raumladegitter. Schirmgitterröhren mit Bremsgitter.

Seite

§ 13. Technische Röhren.

a) Allgemeiner Aufbau 115
Maßstäbliche Konstruktionszeichnungen der wichtigsten Röhrentypen. Vergleich zwischen alten und neuen Röhren.

b) Die Heizung 117
Heizstrom und -Spannung. Bariumdrähte länger, daher Steilheit größer.

c) Raumladungskennlinien 119
Raumladungskonstante K und wirksames $(l/r)_{ef}$. Vergleich mit tatsächlichem l/r.

d) Steilheit und Durchgriff 123
Steilheit vom Arbeitspunkt abhängig. Berechnung des Durchgriffs D. Vergleich mit gemessenen Werten.

e) Penthode 124
Berechnung der verschiedenen Durchgriffe einer Penthode. Gute Übereinstimmung mit den gemessenen Werten.

B. Theorie der Schaltungen.

§ 14. Gerichtete Wechselstromgrößen 127
Darstellung durch Vektoren, durch komplexe Größen. Amplitude und Phase. Vektorielle Addition. Gerichtete Widerstände und Leitwerte. Wirk- und Blindkomponente. Konjugierte Größen. Inversion.

§ 15. Geometrische Örter, Resonanz 132
Kreis und gerade Linie. Beispiele. 45°-Frequenz. Eigenfrequenz. Resonanzfrequenz. Verstimmung. Resonanzschärfe. Resonanzüberhöhung. Reihen- und Parallelresonanz. Sperrkreis, Schwingdrossel. Verlustwinkel.

§ 16. Zweipol-Theorie 142
Ersatzschaltungen ohne und mit innerer Stromquelle. Leerlauf und Kurzschluß. Widerstandsanpassung. Einfluß der Phasenverschiebung. Verlustwinkel. Zusammenhang mit Resonanz. Pseudodämpfung.

§ 17. Vierpol-Theorie, Transformator.

a) Allgemeines 152
Stern- und Dreieck-Ersatzschaltungen. Leerlauf und Kurzschluß. Kennwiderstände (Charakteristiken). Widerstandsanpassung.

Seite

b) Transformator 153
Idealer Transformator. Übersetzungsverhältnis. Kopplungsfaktor. Streufaktor. Ersatzschaltung. Geometrische Örter. Eisenverluste.

c) Resonanztransformator 160
Ersatzschaltung. Kopplungswiderstand. Parallelresonanz = verstärkter Leerlauf. Reihenresonanz = verstärkter Kurzschluß. Keine Reihenresonanz bei loser Kopplung oder geringer Resonanzschärfe. Geometrische Örter.

§ 18. Das Überlagerungsgesetz 166
Konstante Wechselwiderstände. Unabhängigkeit aller Stromarten. Keine Umwandlungsmöglichkeit. Ein veränderlicher Widerstand A. A wirkt als Umformer. Reihen- und Parallelschaltungen. Differential- und Gegentaktschaltungen.

Allgemeine Übersicht[1]).

Eine gewaltige Entwicklung technischer wie wirtschaftlicher Art hat auf dem Gebiete der Nachrichtenübermittlung eingesetzt. Das lang umworbene Problem, das Telephonrelais, die formgetreue Verstärkung schwacher Wechselströme, ist gelöst, durch die Elektronenröhren in einer Weise gelöst, die selbst die kühnsten Hoffnungen erfüllt hat. Die allerschwächsten Wechselströme, deren Existenz bisher auf keine Weise hätte nachgewiesen werden können, lassen sich in beliebiger Stärke wiedergeben, und es sind mit Hilfe dieses „elektrischen Mikroskopes" schon eine ganze Reihe von Erscheinungen entdeckt worden, die sich bisher jeder Beobachtung entzogen hatten. Während des Krieges wurden zum Abhören Verstärker mit hundertmillionenfacher Leistungsverstärkung dauernd in großer Zahl verwandt; es macht auch keine Schwierigkeiten, Ströme von so winziger Intensität, daß sie nach dieser enormen Verstärkung erst im Telephon eben hörbar sind, noch tausend- oder millionenmal weiter zu verstärken. Praktisch verlieren freilich so hohe Verstärkungen bald ihre Bedeutung dadurch, daß auch alle Störungen mit verstärkt werden und Empfangsströme, die wesentlich schwächer als die Störströme sind, selbst bei beliebig hoher Verstärkung doch nicht wahrnehmbar werden, da sie durch die Störungen überdeckt werden. Während man daher bisher nur danach trachtete, die Intensität der Empfangsströme möglichst hoch zu halten, ist diese Frage an sich jetzt fast nebensächlich geworden und es kommt praktisch nur noch darauf an, die Störungen geringer als die Empfangsströme zu halten. In der Leitungstelephonie geht man daher zurzeit von

[1]) Geschrieben 1921. Wörtlich beibehalten!

den dickdrähtigen Freileitungen zu Kabeln mit ganz dünnen Drähten über, die zwar eine sehr viel größere Dämpfung besitzen, aber auch viel weniger Störungen ausgesetzt sind, und in der drahtlosen Telegraphie verwendet man statt der hohen Türme ganz kleine Empfangsantennen, die zwar viel schwächer, aber in noch höherem Maße störungsfreier empfangen, so daß bei Anwendung von Verstärkern sich günstigere Verhältnisse ergeben. Auch auf vielen anderen Gebieten, z. B. bei Lautsprechern oder in der Meßtechnik zur Erhöhung der Telephonempfindlichkeit, werden Verstärker mit Vorteil verwandt.

Jeder Verstärker von Wechselströmen läßt sich auch als Erzeuger von Wechselströmen verwenden, wenn man einen Teil des verstärkten Stromes dem Verstärker als „unverstärkten Strom" wieder zuführt, eine Rückkopplung anbringt, wie man sagt. Der Wechselstrom unterhält sich dann von selbst dauernd weiter und erregt sich auch beim Einschalten des Apparates sofort ganz von selbst, ebenso wie eine Dynamomaschine sich selbst erregt, wenn ein Teil des von ihr erzeugten Stromes zur Speisung der Erregerwicklung verwandt wird. Bei hohen Verstärkungsgraden ist eine solche unbeabsichtigte Selbsterregung, das „Pfeifen" sogar nicht ganz leicht zu vermeiden. Kann doch bei millionenfacher Verstärkung schon Pfeifen eintreten, wenn nur der millionte Teil der verstärkten Leistung auf der unverstärkten Seite in richtiger Weise wieder zur Wirkung kommt. — Durch eine absichtliche Rückkopplung erhält man dagegen in den „Röhrensendern" Wechselstromgeneratoren, die in einfachster Weise Wechselströme von beliebig einstellbarer Frequenz und überraschend großer Konstanz erzeugen. In der drahtlosen Telegraphie bedeuten diese Röhrensender daher einen erheblichen Fortschritt, und die drahtlose Telephonie ebenso wie die Hochfrequenz- und Vielfach-Telegraphie und -Telephonie längs Leitungen, ist praktisch erst durch die Erfindung der Röhrensender in Verbindung mit den Verstärkern ermöglicht worden.

Ganz besonders einfach gestaltet sich unter Zuhilfenahme des Überlagerers, eines zweiten, kleinen Röhrensenders am

Empfangsorte, der Schwebungsempfang, der in bezug auf Empfindlichkeit und Störungsfreiheit alle anderen Methoden der drahtlosen Telegraphie weit übertrifft. — Nach der Schwebungsmethode lassen sich die Frequenzen zweier Röhrensender bis auf ein Milliontel genau miteinander vergleichen. Das ist eine Genauigkeit, wie sie in der gesamten Meßtechnik kaum anderswo erreicht wird, und es lassen sich dadurch indirekt kleine Kapazitäts- und Längenänderungen mit einer ungeahnten Genauigkeit messend verfolgen.

Macht man die Rückkopplung so schwach, daß sie zur Selbsterregung nicht ausreicht, so wirkt der rückgekoppelte Verstärker so, als ob die Dämpfung des Stromkreises vermindert wäre und man kann so durch Veränderung der Rückkopplung Kreise herstellen, deren wirksame Dämpfung beliebig klein ist. Dabei können die Kreise an sich eine beliebig hohe Dämpfung besitzen, man braucht sich also in keiner Weise mehr zu bemühen, durch großen Kupferaufwand od. dgl. eine schwache Dämpfung herzustellen.

Schließlich lassen sich die Elektronenröhren auch als Gleichrichter verwenden, da sie eine Glühelektrode besitzen und aus einer solchen nur Strom in negativer Richtung austreten kann. Sie sind besonders auch für sehr hohe Spannungen (Röntgenröhren) geeignet, bei denen Quecksilberdampfgleichrichter Rückzündungen ergeben würden und daher nicht mehr anwendbar sind. — Sie richten aber auch beliebig kleine Spannungen gleich und in der drahtlosen Telegraphie beruht der Fleming-Detektor auf dieser Wirkung. Beim Audion tritt neben einer Gleichrichtung gleichzeitig auch eine Verstärkung in Wirksamkeit, und beim rückgekoppelten Audion kommt zu beiden noch die Wirkung als Überlagerer oder als Dämpfungsverminderer hinzu, alles bei ein und derselben Röhre und mit ganz einfachen Mitteln! Dadurch erklärt sich der gewaltige Fortschritt, den die Röhrenempfänger in der drahtlosen Telegraphie hervorgerufen haben.

Da die Röhren vollkommen gleichmäßig arbeiten, kann man den gleichgerichteten Strom auch zur quantitativen Messung

schwacher Wechselströme benutzen. Auch sonst lassen sich die eigenartigen Beziehungen zwischen den verschiedenen Strömen und Spannungen bei den Röhren zweifellos zu den verschiedensten Meß- und Regulierzwecken verwenden ein Gebiet, das bisher noch wenig durchforscht ist. Der Umstand, daß die Röhren ständig eine Stromquelle zur Heizung und eine zweite für die Anodenspannung brauchen, beeinträchtigt freilich in manchen Fällen ihre praktische Anwendung.

Die Grundlagen all dieser überaus mannigfaltigen Anwendungen der Vakuumröhre lassen sich auf einige wenige physikalische Gesetze von großer Einfachheit zurückführen, die durch das Experiment weitgehend geprüft und vollauf bestätigt worden sind. Das ist nicht nur für den Theoretiker interessant, sondern auch für den Praktiker von großer Bedeutung, da er nicht durch blindes Probieren, sondern in zielbewußtem Schaffen vorwärtsschreiten und durch Berechnung die vorteilhaftesten Bedingungen für seine Apparate im voraus festlegen kann. Es liegt darin auch eine gewisse Sicherheit dafür, daß sich beim praktischen Gebrauch der Apparate „unberechenbare" störende Einflüsse zwar natürlich nicht ganz, aber doch in den Hauptwirkungen ausschalten lassen. Diese Grundgesetze und ihre praktischen Folgerungen sollen im folgenden beschrieben werden.

Erster Teil.

Allgemeine Grundlagen.

A. Theorie der Röhren.

1. Röhren ohne Gitter.

§ 1. Die Gesetze der Elektronenbewegung im Vakuum.

a) **Ladung und Masse.** Nach der Elektronentheorie besteht der elektrische Strom in der mechanischen Bewegung von Elektronen in derselben Weise, wie ein Luftstrom in der Bewegung der einzelnen Luftmoleküle besteht. Die Elektronen sind die kleinsten Teile der Elektrizität; sie besitzen eine ganz bestimmte, stets *negative Ladung*

$$q = 1{,}565 \cdot 10^{-10}\ \textit{Coulomb} = 1{,}565 \cdot 10^{-20}\ \textit{elm. Einh.}$$

Wenn also rd. 10^{19} Elektronen in der Sekunde durch einen Querschnitt hindurchtreten, so entspricht das dem Fließen eines Stromes von 1 Amp. = 1 Coulomb/sec. Der Strom ist dabei nur in der entgegengesetzten Richtung wie die Elektronenbewegung fließend zu rechnen (vgl. Bild 1). —. Die Elektronen bestehen nur aus Elektrizität, besitzen keine materielle, chemische Masse; das von ihnen erzeugte elektromagnetische Feld besitzt aber eine Trägheitswirkung, wirkt bei der Bewegung der Elektronen gerade so, als ob sie eine mechanische Masse hätten. Diese berechnet sich aus dem elektromagnetischen Felde zu

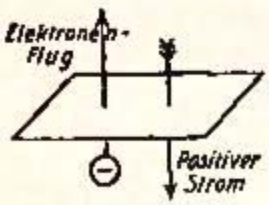


Bild 1. Stromrichtung entgegen der Flugrichtung positiv.

$$m = 8{,}86 \cdot 10^{-28}\ \textit{gramm} = \textit{Masse eines Elektrons.}$$

Diese Masse ist konstant, nur bei Geschwindigkeiten, die der

Lichtgeschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^{10}$ *cm/sec* = 300 000 *km/sec*

nahekommen, wird sie größer. Diese theoretischen Berechnungen sind auch durch Messungen gut bestätigt worden. — Bei vielen Rechnungen und Versuchen spielt das Verhältnis von Ladung zu Masse eine große Rolle. Für dieses ergibt sich

$$\frac{q}{m} = 1{,}766 \cdot 10^8 \frac{Coulomb}{gramm} = 1{,}766 \cdot 10^7 \; elm.\ Einh.$$

b) Geschwindigkeit und Spannungen. Im Vakuum sind die Elektronen frei beweglich, fliegen daher nach dem Trägheitsgesetz beim Fehlen äußerer Kräfte mit unveränderter Geschwindigkeit geradlinig weiter. Äußere Kräfte, wie sie durch elektrische oder magnetische Felder hervorgerufen werden, rufen eine Beschleunigung in Richtung der Kraft hervor, so daß eine Änderung der Geschwindigkeit oder eine Ablenkung aus der geradlinigen Bahn entsteht. Diese berechnet sich nach den einfachen Gesetzen der Mechanik, nach denen z. B. auch die Bahn eines geworfenen Steines unter der Einwirkung der Anziehungskraft der Erde berechnet wird.

Ein elektrisches Feld von der Stärke $\mathfrak{E}$ *ruft am Elektron eine mechanische Kraft von der Stärke* $\mathfrak{P} = q\,\mathfrak{E}$ *hervor, die in Richtung von* $\mathfrak{E}$ *wirkt.*

Ein magnetisches Feld $\mathfrak{B}$ *ergibt eine Kraft* $\mathfrak{P} = q \cdot v \cdot \mathfrak{B}$, *die in der zu* $\mathfrak{B}$ *und v senkrechten Richtung wirkt,*
also stets nur eine Krümmung der Bahn, keine Geschwindigkeitsänderung hervorruft und auch keine Arbeit leistet. Diese Einwirkung magnetischer Felder wird in § 7 ausführlicher behandelt werden.

Durchläuft ein zunächst ruhendes Elektron in beliebiger Weise eine Potentialdifferenz von u Volt, so folgt aus dem Energiesatz, daß die geleistete Arbeit $q \cdot u$ gleich der zum Schluß erreichten kinetischen Energie $\frac{1}{2} m \cdot v^2$ sein muß. Hiernach berechnet sich

$$(1)\quad v = \sqrt{2 \frac{q}{m} u} = 0{,}594 \cdot 10^8 \sqrt{u}\ \text{cm/sec} = 594 \sqrt{u}\ \text{km/sec}$$

wenn u in Volt eingesetzt wird. Für 100 Volt durchlaufene Spannung ergibt sich z. B. rund $v = 6000$ km/sec, für 10 000 Volt $v = 60000$ km/sec $= 1/5$ c. Für höhere Spannungen ist der zweite Ausdruck in Formel (1) nicht mehr anwendbar, da, wie oben bemerkt, die Masse m bei Annäherung an die Lichtgeschwindigkeit c nicht mehr konstant ist. — Für viele Überlegungen ist es zweckmäßig, die Geschwindigkeit direkt in Volt durchlaufener Spannung anzugeben, auch für den Fall, daß in Wirklichkeit keine Spannung durchlaufen ist. So sagt man z. B., die Austrittsgeschwindigkeit der Elektronen aus einem glühenden Metall beträgt 0,2 Volt. Daraus ersieht man sofort, daß solche Elektronen nur gegen eine Gegenspannung von 0,2 Volt anlaufen können, wie ja ein Stein mit einer bestimmten Anfangsgeschwindigkeit auch nur bis zu einer bestimmten Höhe ansteigen kann. Ebenso ergibt sich die bei Vernichtung der Geschwindigkeit, z. B. beim Aufprallen auf einen festen Körper abgegebene Leistung unmittelbar in Watt, wenn man die Geschwindigkeit in Volt und die Elektronenmenge in Amp. ausdrückt.

Bei den Elektronenröhren handelt es sich um Geschwindigkeiten v von einigen Volt, d. h. von einigen 1000 km/sec. In dieser außerordentlich großen Geschwindigkeit der Elektronenbewegung liegt es begründet, daß die Elektronenröhren praktisch völlig trägheitslos arbeiten. Man darf daher alle Gesetze, die man aus Gleichstrommessungen ableitet (Kennlinientheorie), auch auf Wechselströme bis zu den schnellsten, in der drahtlosen Telegraphie verwandten Schwingungen ohne weiteres übertragen, eine Behauptung, die auch durch zahlreiche genaue Versuche bestätigt ist. Erst wenn die Schwingungsdauer der Wechselströme von derselben Größenordnung wie die Laufzeiten der Elektronen wird, oder, was dasselbe bedeutet, wenn die der Schwingungsdauer entsprechende Wellenlänge nur noch c/v mal, d. h. etwa 100 mal so groß wird, wie die meist nur 1—2 cm betragende Laufstrecke der Elektronen, also bei Wellenlängen unter etwa 2 m, macht sich die Trägheit, d. h. die Zeit zur Bewegung der Elektronen und zur Herstellung des neuen Gleichgewichtszustandes bemerkbar und begrenzt dann in der Tat die Anwendbarkeit

der Röhren in den sonst üblichen Schaltungen. Bei den in Bd. II erwähnten Elektronentanzschwingungen bestimmt z. B. die Laufzeit der Elektronen unmittelbar die Schwingungsdauer, während diese sonst durch die Eigenschwingungen der äußeren Schaltungselemente bestimmt wird.

§ 2. Das Vakuum.

a) Stoßionisation. Bei den normalen Gasentladungen kommt ein dauernder Strom dadurch zustande, daß durch Stoßionisation dauernd neutrale Gasmoleküle in positiv geladene Gasionen und in Elektronen gespalten werden. Erstere fliegen zum negativen, letztere zum positiven Pol, treffen aber bald auf weitere Gasmoleküle und ionisieren auch diese durch Stoß, falls sie inzwischen eine genügende Fallgeschwindigkeit im elektrischen Felde angenommen haben. Für Wasserstoff, Sauerstoff und Stickstoff sind rund 16 Volt, für Quecksilberdampf 10,4 Volt, für Cäsiumdampf 3,9 Volt frei durchlaufene Spannung zur Stoßionisation erforderlich. Bei Gasentladungen schafft sich also der Strom (d. h. eben die fliegenden Elektronen und Ionen) seine eigne „Leitfähigkeit" (d. h. die Anzahl der Elektronen und Ionen). Dadurch wird eine gewisse Labilität und Neigung zur Unregelmäßigkeit bedingt, die allen Gasentladungen in mehr oder weniger hohem Maße eigen ist. Ein solches unregelmäßiges Verhalten, das sie im praktischen Betriebe fast unbrauchbar machte, zeigte z. B. die alte, mit Quecksilberdampf gefüllte Liebenröhre und zeigen auch jetzt noch schlecht evakuierte Elektronenröhren. Erst wenn das Vakuum so gut ist, daß die hinüberfliegenden Elektronen praktisch keine Gasmoleküle mehr treffen, erhält man vollständig regelmäßige Erscheinungen von geradezu überraschender Konstanz. Will man aber diese Konstanz der Elektronenröhren zu genaueren Messungen ausnutzen, so sollte man sich stets zunächst davon überzeugen, ob die verwandte Röhre auch wirklich ein gutes Vakuum besitzt.

b) Meßmethoden. Ganz schlechtes Vakuum (10^{-6} Atm. $\approx$ 10^{-3} mm Hg) erkennt man daran, daß der Gasinhalt beim Anlegen einer hohen Wechselspannung (Funkeninduktor) aufleuchtet.

Dies Aufleuchten ist nämlich ein Zeichen dafür, daß noch Stoßionisation der Gasmoleküle in erheblichem Maße vorhanden ist. Auch ein unregelmäßiges Verhalten, besonders in der Größe des Sättigungsstromes oder bei Aufnahme der Kennlinien, läßt auf schlechtes Vakuum schließen.

Eine viel schärfere Vakuumprüfung, die sich bei allen Glühkathodenröhren mit zwei kalten Elektroden leicht vornehmen läßt, beruht auf folgendem Prinzip: Legt man zwischen Glühkathode K und die eine Elektrode, z. B. die „Anode" A (Bild 2), eine positive Spannung U_a von 100 Volt oder mehr, so fließt zwischen beiden, wie später gezeigt wird, ein bestimmter Elektronenstrom J_a, der durch die aus der Glühkathode austretenden und zur Anode herüberfliegenden Elektronen gebildet wird. Legt man an die andere Elektrode, in unserm Falle also an das „Gitter" G[1]), eine schwache, negative Spannung $-U_g$ von einigen Volt (gegen den negativen Pol der Glühkathode gemessen), so werden die negativen Elektronen von den negativen Gitterdrähten abgestoßen, können sie nicht treffen. Bei vollkommenem Vakuum, wenn also nur Elektronen vorhanden sind, ist der Strom J_g vollständig null. Sobald aber durch Stoßionisation positive Gasionen entstehen, werden diese gerade vom negativen Gitter angezogen. Man erhält einen „*verkehrten Gitterstrom*" J_{g-} in

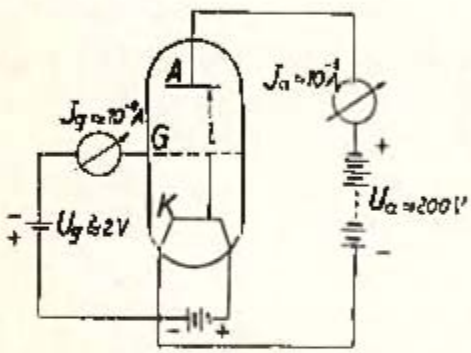


Bild 2. Vakuummessung.

[1]) Man kann auch die Rolle von Gitter und Anode vertauschen, also umgekehrt an das Gitter eine hohe positive Spannung legen und den zu der schwach negativen Anode fließenden Ionenstrom messen. Das ist besonders bei Röhren mit kleinem Durchgriff (Senderöhren) vorteilhafter, da man bei diesen sonst sehr hohe positive Anodenspannungen anwenden muß, um bei negativem Gitter einen hinreichend großen Elektronenstrom J_a zu erhalten. Man erhält bei dieser Anordnung nur leicht „Elektronentanzschwingungen", sich ganz von selbst erregende Wechselströme, die die Gleichstrommessung fälschen.

entgegengesetzter Richtung wie ein von Elektronen gebildeter Strom, wie er z. B. bei positiver oder nicht hinreichend negativer Gitterspannung entsteht. Diese Umkehr der Stromrichtung bei allmählich gesteigerter negativer Gitterspannung ist ein sicheres Zeichen dafür, daß der Strom wirklich von den positiv geladenen Gas-Teilchen, Ionen herrührt. Dieser Ionenstom J_{g-} muß dem Gasinhalt und dem die Stoßionisation erzeugenden Elektronenstrom J_{a-} proportional sein, was durch Versuche gut bestätigt wird. (Vgl. Teil II C.) Er hängt außerdem noch von der ionisierenden Spannung U_a und der von den Elektronen durchlaufenen Strecke l ab. Für eine bestimmte Röhrentype und Spannung U_a ist daher das Verhältnis

$$V = \frac{J_{g-}}{J_a} = \textit{Vakuumfaktor} \tag{2}$$

ein direktes Maß für das Vakuum. Für zylindrische Verstärkerröhren mit einem Anodendurchmesser von 1 cm entspricht z. B. bei $U_a = 200$ Volt ein Vakuumfaktor $V = 1/1000$ einem Vakuum von etwa $2 \cdot 10^{-5}$ mm Quecksilbersäule. Man hat dies durch direkten Vergleich mit anderen Vakuummeßmethoden gefunden, kann aber auch ionentheoretisch wenigstens die Größenordnung in folgender Weise ableiten[1]).

$J_{g-}/J_a = 1/1000$ bedeutet im wesentlichen, daß im Mittel nur der tausendste Teil aller zur Anode hinüberfliegenden Elektronen ein Gasmolekül trifft. Alle andern fliegen ungehindert hindurch. Das bedeutet, daß die mittlere freie Weglänge der Elektronen in dem Gas tausendmal so groß ist wie die wirklich durchlaufene Strecke, die bei Verstärkerröhren mit 1 cm Anodendurchmesser $^1/_2$ cm beträgt. Nun ist die mittlere freie Weglänge bei Atmosphärendruck etwa gleich 10^{-5} cm und nimmt proportional der Druckverminderung zu. Eine freie Weglänge von $1000 \cdot {}^1/_2$ cm wird also bei einer Druckverminderung im Verhältnis $10^{-5} : 1000 \cdot {}^1/_2$, d. h. bei $2 \cdot 10^{-8}$ Atm. oder $760 \cdot 2 \cdot 10^{-8} = 1{,}5 \cdot 10^{-5}$ mm Quecksilbersäule erreicht.

---

[1]) Nach Rukop und Hausser: Vortragsreihe im Elektrot. Verein Berlin 1919.

Zur Messung der meist sehr kleinen Gitterströme (10^{-6} bis 10^{-8} Amp.) ist ein empfindliches Galvanometer erforderlich. Auch muß man auf eine vorzügliche Isolation des Gitters besonders gegen die Anode achten, da sonst Kriechströme von der gleichen Größe und Richtung ein schlechtes Vakuum vortäuschen können. Eine einfache Kontrolle besteht darin, daß beim Abschalten der Heizung alle Elektronen- und Ionenströme verschwinden, nicht aber der Isolationsstrom. Zur Not kann man den letzteren auf diese Weise besonders messen und von dem Gitterstrom bei heißer Kathode abziehen. — Auch bei der Messung mit negativem Gitter und positiver Anode tritt gelegentlich eine störende Selbsterregung von Schwingungen ein, die sich durch unregelmäßiges Verhalten im Stromverlauf, Änderung beim Nähern und Entfernen der Hand sowie besonders dadurch bemerkbar macht, daß man trotz negativer Vorspannung einen von Elektronen herrührenden Strom, also im Instrument J_g einen Ausschlag in falscher Richtung erhält. Die Ursache hierfür ist die von selbst entstehende, sich überlagernde Wechselspannung, die das Gitter zeitweise positiv macht.

c) Die erforderliche Höhe und die Herstellung des Vakuums. Das beste, nur im Laboratorium herstellbare Vakuum beträgt etwa 10^{-9} mm $\approx 10^{-12}$ Atm. Dem entspricht etwa ein Vakuumfaktor $V = 5 \cdot 10^{-8}$, so daß man bei einem Anodenstrom $J_a = 10^{-3}$ A nur Ionenströme $J_{g-} = 5 \cdot 10^{-11}$ A erhält. Auf so geringe Ströme kommt es nur in außergewöhnlichen Fällen an. Bei Verstärkern (vgl. Bd. II) und bei der Audionschaltung (Bd. III) können sich aber schon Ionenströme von 10^{-8} A recht störend bemerkbar machen. Diese entsprechen bei $J_a = 10^{-3}$ A einem Vakuumfaktor $V = 1/1000$ und einem Gasdruck von etwa $2 \cdot 10^{-5}$ mm. Man wird auch aus dem Grunde noch weiter mit dem Vakuum heruntergehen, weil nur ein sehr gutes Vakuum die Gewähr dafür bietet, daß es auch so bleibt, während ein schlechtes Vakuum sich zeitlich meist in unregelmäßiger Weise ändert.

Man kann daher erst ein durch $V = 10^{-4}$ *gekennzeichnetes Vakuum, d. h. von etwa* 10^{-6} mm $\approx 10^{-9}$ Atm. *an als „gut" bezeichnen.*

Von je 1 Milliarde bei Atmosphärendruck vorhandenen Molekülen müssen dann alle bis auf eins weggepumpt sein. Trotzdem befinden sich dann immer noch in jedem Kubikzentimeter dieses „Vakuums" 28 Milliarden Moleküle!

Bei Röhren, die mit einer Thorium- oder Barium-Kathode arbeiten, muß das Vakuum aus einem andern Grunde noch höher sein. Die durch die Stoßionisation gebildeten positiven Gasionen fliegen zu der negativen Kathode und treffen dort bei höheren Spannungen mit so großen Geschwindigkeiten auf, daß durch dieses „Ionenbombardement" die sehr dünne Thorium- oder Barium-Schicht zerstäubt, die Lebensdauer der Röhre stark herabgesetzt wird.

Die Herstellung eines so hohen Vakuums machte früher nicht unerhebliche Schwierigkeiten, und die Erfindung der neueren Hochvakuumpumpen, insbesondere der Diffusionspumpe, hat eigentlich erst die fabrikationsmäßige Herstellung wirklicher Hochvakuumröhren ermöglicht. Besondere Schwierigkeiten macht es, das an und in den Metallteilen und den Glaswänden anhaftende Gas zu entfernen. Man muß dazu mehrere Stunden lang unter dauerndem Pumpen die ganze Röhre so hoch wie nur möglich erhitzen. Beim Glas bildet das Erweichen eine Grenze und man verwendet infolgedessen besonders für Senderröhren Gläser mit hohem Schmelzpunkt, die freilich glastechnisch schwerer zu bearbeiten sind. Alle Metallteile werden zunächst gut ausgeglüht, der Heizdraht während des Pumpens elektrisch möglichst hoch geheizt und bei Röhren für größere Leistungen auch eine hohe Anodenspannung angelegt, so daß durch das Elektronenbombardement auch das Anodenmetall auf helle Rotglut kommt. Das letztere erreicht man noch besser durch die *Hochfrequenz-Wirbelstromheizung*. Man schiebt dazu einfach von außen über die Röhre eine aus wenigen Windungen bestehende Spule, durch die ein kräftiger Hochfrequenzstrom geschickt wird ($f \geqq 10^6$ Hertz, etwa 100 Watt erforderlich). Alle Metallteile im Innern der Röhre geraten dann nach kurzer Zeit auf Glühtemperatur. — Man muß alle Teile während des Pumpens mindestens so hoch erhitzen, wie sie sich später im

Betrieb erhitzen können. Es ist hierbei beim Pumpen große Vorsicht geboten, da oft, nachdem schon ein gutes Vakuum erreicht ist und man dementsprechend eine hohe Anodenspannung angelegt hat, plötzlich irgendwoher Gasreste hervorbrechen, durch Stoßionisation dann der Strom vergrößert wird und die Röhre dann leicht infolge Lichtbogenbildung zerstört wird. Bei nicht genügend lange gepumpten Röhren besteht auch während des Betriebes immer eine gewisse Gefahr, daß Gas austritt, besonders bei einer Überlastung der Röhre.

Schaltet man eine kalte Röhre mit schlechtem Vakuum ein, so ändert sich das Vakuum zunächst meist nicht unbeträchtlich. Die sich erwärmenden Teile geben Gas ab, bei Oxydkathoden bewirkt zuweilen auch der Emissionsstrom eine elektrolytische Zersetzung, die mit einer Gasentwicklung verbunden ist. Anderseits kann sich das Vakuum aber auch verbessern, besonders beim Vorhandensein hoher Spannungen. Bei Röntgenröhren ist es z. B. eine bekannte Erscheinung, daß sie im Betriebe immer härter, d. h. im Vakuum immer besser werden. Durch das bei hohen Spannungen besonders heftige Aufprallen der Ionen tritt nämlich eine Zerstäubung der Metallteile ein, die sich nach längerem Betrieb auch durch einen feinen Niederschlag an den Glaswänden bemerklich macht. Dieser äußerst fein verteilte Metallstaub absorbiert die Gasmoleküle in hohem Maße.

Auf dieser Tatsache beruht ein besonderes, mit „*Gettern*" bezeichnetes Verfahren zur Beseitigung von Gasresten. Man befestigt hierzu an einem der Bleche in der Röhre ein kleines Stück eines leicht verdampfenden Metalls, des „Getters". Meist nimmt man hierzu Magnesium. Die Röhre braucht dann nur ziemlich schlecht gepumpt zu sein, so daß beim Überschieben der oben genannten Hochfrequenz-Heizspule das ganze Innere zunächst noch aufleuchtet. Sobald dann aber das Blech durch die Hochfrequenzheizung heiß genug geworden ist, verdampft das daran befestigte Gettermetall und erzeugt dadurch ein so gutes Vakuum, daß plötzlich das Aufleuchten vollständig verschwindet. Kurze Zeit später schlägt sich das verdampfte Gettermetall an der kalten Glaswand als silberner Spiegel

nieder. Alle Röhren mit derartig verspiegelten Glasglocken sind auf diese einfache Weise hoch evakuiert worden. — Ein solcher Magnesiumspiegel absorbiert auch den etwa später aus der Zersetzung der Oxydkathode entstehenden Sauerstoff. Anderseits hat gut ausgeglühtes Tantalmetall die günstige Eigenschaft, den meist am schwersten zu beseitigenden Wasserstoff zu absorbieren. Aus diesem Grunde macht man bei größeren Senderöhren gern die Anode aus Tantal. Man wird schon aus diesen Angaben erkennen, daß zur vollen Beherrschung der Vakuumtechnik eine ganze Reihe von Betriebserfahrungen erforderlich sind.

§ 3. Elektronenaustritt aus glühenden Drähten.

a) Sättigungsstromgesetz. Ein gutes Vakuum ist an sich der vollkommenste „Nichtleiter", insofern als selbst bei den höchsten Spannungen keinerlei Stromdurchgang erfolgt. Bei zu harten, d. h. zu hoch evakuierten Röntgenröhren ist es z. B. eine bekannte Erscheinung, daß die Entladung eher den weiten Weg außen um die Röhre herum einschlägt, als daß sie die geringe Entfernung in der Röhre überbrückt. Im guten Vakuum sind keine Elektrizitätsträger mehr vorhanden und aus kalten Metallen können, abgesehen von außergewöhnlichen Verhältnissen (Feldstärken von 10^7 Volt/cm an der Metalloberfläche; vgl. später), auch keine austreten.

Erhitzt man aber ein Metall auf eine hohe Temperatur, so können aus ihm auch im höchsten Vakuum Elektronen austreten und diese, das Vakuum durchfliegend, einen elektrischen Strom bilden. Nach der Elektronentheorie der Metalle, die in ihrer Grundlage mit der kinetischen Gastheorie übereinstimmt, hat man sich die folgende, durch zahlreiche Versuche gut bestätigte Vorstellung gebildet[1]).

In metallischen Leitern bewegt sich eine große Zahl z von Elektronen zwischen den unbeweglichen Metallmolekülen dauernd wirr durcheinander hin und her. Sie besitzen dabei alle möglichen

[1]) Neuere Theorien von Fermi, Pauli und Sommerfeld gehen von etwas anderen Voraussetzungen aus, führen aber in den hier in Betracht kommenden Fällen im wesentlichen zu denselben Ergebnissen.

Geschwindigkeiten v, die sich aber um eine mittlere Geschwindigkeitsgröße v_T nach den Gesetzen der Wahrscheinlichkeit gruppieren:

$$dz = \frac{z}{v_T \sqrt{\pi}} \varepsilon^{-\left(\frac{v}{v_T}\right)^2} dv \tag{3}$$

(Wahrscheinlichkeitsgesetz von Maxwell).

dz ist die Zahl der Elektronen, die eine Geschwindigkeit haben, die zwischen v und v + dv liegt. Geschwindigkeiten, die wesentlich größer als v_T sind, sind hiernach sehr unwahrscheinlich, sind nur in sehr kleiner Zahl dz vertreten. Die kinetische Energie dieser Elektronenbewegung bildet den Wärmeinhalt der Metalle. Das wird durch die Gleichung[1])

$$\frac{m v_T^2}{2} = RT \tag{4}$$

($R = 1{,}3 \cdot 10^{-16}$ Erg/Grad = Gaskonstante bezogen auf ein Molekül) ausgedrückt, aus der sich z. B. für die absolute Temperatur $T = 1000$ (= 727° C) die mittlere Geschwindigkeit $v_T = 173 \cdot 10^5$ cm/sec = 173 km/sec berechnet. Nach (1) in § 1b kann man diese Geschwindigkeit auch in Volt ausdrücken und erhält so die

$$E_T = \frac{T}{11613} = 8{,}6 \cdot 10^{-5}\, T = \text{„Temperaturspannung“} \tag{5}$$

Für $T = 2323°$ (≈ Wolframkathode) ergibt sich z. B. $E_T = 0{,}2$ Volt für $T = 1161°$ (≈ Bariumkathode) $E_T = 0{,}1$ V. Für $T = 11613°$ würde $E_T = 1$ V werden. Nach dieser Vorstellung ist eine Temperaturerhöhung des Metalls nur ein anderer Ausdruck dafür, daß sich die Temperaturspannung, d. h. die mittlere Geschwindigkeit der Elektronen erhöht hat.

An der Metalloberfläche werden die wirr hin und her fliegenden Elektronen durch starke molekulare Anziehungskräfte zurückgehalten. (Im Innern heben sich diese Kräfte, weil nach allen Seiten gleich stark wirkend, gegenseitig auf.) Aus der Oberfläche

[1]) Es ist hier unter v_T die mittlere Geschwindigkeit in einer bestimmten Richtung zu verstehen, die auch bei allen späteren Berechnungen allein in Betracht kommt.

können daher nur Elektronen austreten, die eine derartige Geschwindigkeit besitzen, daß ihre kinetische Energie zur Überwindung der molekularen Anziehungskräfte ausreicht, ebenso wie ein Geschoß aus dem Anziehungsbereich der Erde nur dann in den freien Weltenraum hinausfliegen kann, wenn man ihm eine ganz bestimmte, theoretisch genau berechenbare Geschwindigkeit erteilt.

Die zum Austritt erforderliche Geschwindigkeit der Elektronen kann wieder in Volt ausgedrückt werden. Man nennt sie dann „*Austrittsarbeit*" E_0. Sie hängt vom Material ab. Für Wolfram ist $E_0 = 4{,}5$ V, für reines Thorium 3,3 V, für thoriertes Wolfram 2,6 V, für Calzium und Strontium etwa 1,8 V, für Barium 1,5 V[1]). Vergleicht man diese Zahlen mit der durch (5) gegebenen Temperaturspannung, so sieht man, daß die mittleren Geschwindigkeiten, die man den Elektronen im Metall durch Steigerung der Temperatur praktisch erteilen kann, viel zu klein sind, um die Austrittsarbeit zu überwinden. Denn die Temperaturen sind dadurch begrenzt, daß die Metalle schmelzen oder in dem hohen Vakuum zu schnell verdampfen. E_T ist für die höchstmöglichen Temperaturen etwa 20 mal kleiner als E_0. Es können daher nur die wenigen Elektronen austreten, die eine mehr als etwa $\sqrt{20}$ mal größere Geschwindigkeit besitzen. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist

$$\varepsilon^{-\frac{E_0}{E_T}} \approx \varepsilon^{-20} \approx 10^{-9}$$

mal geringer als die der mittleren Geschwindigkeit. Die Zahl der austretenden Elektronen vermindert also die 10^9 mal größere Zahl der im Metall bleibenden Elektronen praktisch gar nicht. — Wegen der außerordentlich großen Elektronenzahl im Metall

[1]) Nach Schottky-Rothe-Simon, Handbuch der Experimentalphysik Bd. 13, 2. Teil. Dort wird auch die ganze Emissionstheorie sowie die Herstellung der Glühelektronen ausführlich behandelt. — Eine äußerst dünne, monomolekulare Schicht eines Fremdmetalls kann die Austrittsarbeit eines Metalls erheblich beeinflussen. Beim thorierten Wolfram diffundieren Spuren von Thorium bei geeigneter Wärmebehandlung aus dem Inneren an die Oberfläche, bei Bariumkathoden wird der Bariumüberzug meist von außen aufgedampft.

kann der winzige Bruchteil davon, der austritt, aber doch eine Stromstärke normaler Größe darstellen. Man erhält für diesen austretenden Strom in Amp. pro cm² Oberfläche

$$(6) \qquad J_s = 60{,}2\ T^2\, \varepsilon^{-\frac{b}{T}} = 0{,}80 \cdot 10^{10}\ E_T^2 \cdot 10^{-0{,}43 \cdot \frac{E_0}{E_T}}$$

(*Sättigungsstromgesetz*, gültig für $U > U_s$).

Darin ist $b = 11\,613\ E_0$ die in Temperaturgraden, E_0 die in Volt gemessene Austrittsarbeit; T ist im zweiten Ausdruck ebenso gemäß (5) in E_T umgerechnet; 0,43 ist gleich $\overset{10}{\log}\,\varepsilon$.

Man nennt den Vorgang des Elektronenaustritts „Emission" und J_s den Sättigungsstrom, weil der Strom nicht über diesen Wert ansteigen kann, bei dem sich alle austretenden Elektronen an der Strombildung beteiligen. Kleiner als J_s kann der Emissionsstrom dagegen wohl werden, wenn die Spannung U nicht hinreichend groß gegenüber der „Sättigungsspannung" U_s ist, wie in den folgenden §§ 4 und 5 ausgeführt werden wird.

Bei reinem Wolfram mit $E_0 = 4{,}5$ V muß man mit der Temperatur schon bis an die äußerst zulässige Grenze, etwa 2300°, gehen und erhält auch dann nur einen Sättigungsstrom J_s von etwa 0,04 A/cm². Bei Verstärkerröhren mit nur wenigen mm² Oberfläche des Wolframdrahtes erhielt man daher früher nur wenige mA Sättigungsstrom. Bei den neuerdings verwandten Wolframdrähten mit einer monomolekularen Oberflächenschicht von Thorium, durch die E_0 auf 2,6 V herabsinkt, erhält man dagegen dieselbe Elektronenemission schon bei einer Temperatur von $2300 \cdot \frac{2{,}6}{4{,}5} = 1330°$. Bei gleicher Temperatur wie bei reinem Wolfram würde die Emission rund 10 000 mal größer! Ganz bis auf 2300° darf man freilich den thorierten Wolframdraht nicht lange Zeit erhitzen, weil sonst die dünne Thoriumschicht zu schnell verdampft. Drähte mit einem Bariumüberzug ($E_0 = 1{,}5$ V) emittieren schon kräftig bei 800° (= 537° C) d. h. unterhalb der Rotglut! Mit diesen neueren Thorium- und Bariumröhren erhält man daher ohne Schwierigkeiten so große

Sättigungsströme, wie man sie haben will. Daher spielt der Sättigungsstrom neuerdings nur noch eine untergeordnete Rolle. Er wird während des normalen Betriebes nur selten erreicht. Man muß nur dafür sorgen, daß er hinreichend groß ist, was jetzt nicht mehr schwer fällt.

Man beachte, daß der Exponent $0{,}43 \cdot \frac{E_0}{E_T}$ in (5) kleiner oder gleich 10 sein muß, wenn $J_s \geqq 0{,}8 \cdot E_T^2 \approx 0{,}02$ A/cm² sein soll, d. h. wenn die Emission merklich werden soll. Ändert sich der Exponent um 10%, d. h. wird er gleich 11 oder 9, so wird J_s nahezu 10mal so klein oder groß. Weil E_T proportional T ist, folgt daraus:

(7) *Eine Erhöhung oder Erniedrigung der absoluten Temperatur um je 10% steigert oder erniedrigt den Sättigungsstrom um etwa je das zehnfache; 20% ergeben also das hundertfache, 1% würden das* $10^{0{,}1} = 1{,}26$*fache, d. h. 26% Änderung ergeben.*

Dieser Satz gilt ganz allgemein für alle Materialien bezogen auf eine Temperatur, bei der sie gleich stark emittieren, nämlich etwa 0,02 A/cm². Daraus ergibt sich, daß die Emission praktisch außerordentlich schnell ganz aufhört, wenn die Temperatur einen gewissen Wert unterschreitet oder umgekehrt die Emission erst von einer bestimmten Temperatur ab praktisch anfängt, dann aber mit steigender Temperatur rapide wächst. Vgl. Tafel I, Spalte 4.

Äußere elektrische Felder können den Elektronenaustritt aus glühenden Metallen nur schwer beeinflussen. Die molekulare Anzugskraft, d. h. der zu überwindende Spannungsabfall von E_0 Volt, erstreckt sich auf nur etwa 10^{-7} cm, ergibt in diesem Bereich also Feldstärken von einigen 10^7 Volt/cm. Nur dann, wenn die von außen wirksamen elektrischen Felder an der Metalloberfläche diese Größenordnung annehmen, können sie beim Elektronenaustritt in merklicher Weise helfend eingreifen. Nach der Theorie von Schottky erniedrigen sie dann den Betrag der Austrittsarbeit E_0 um den Betrag

(8) $$-\Delta E_0 = 3{,}8 \cdot 10^{-4} \sqrt{\mathfrak{E}_0} \text{ Volt};$$

($\mathfrak{E}_0$ = Feldstärke an der Drahtoberfläche in Volt/cm).

Hiernach wird selbst für eine Feldstärke von rund 10^7 Volt/cm erst $\Delta E_0 = -1$ Volt, d. h. eine Entladung aus einer kalten Elektrode noch nicht möglich. Bezeichnet man den ohne Feld nach (6) berechneten Sättigungsstrom mit J_{s0}, so wird mit Feld

(9) $$J_s = J_{s0} \cdot \varepsilon^{\frac{\Delta E_0}{E_T}} = J_{s0} \cdot \varepsilon^{4{,}39 \frac{\sqrt{\mathfrak{E}_0}}{T}}.$$

Für einen Draht vom Durchmesser $d = 0{,}004$ cm, der von einem Zylinder mit dem Durchmesser $D = 0{,}4$ cm umgeben ist, ist z. B. bei Abwesenheit von Raumladungen[1])

$$\mathfrak{E}_0 = \frac{2U}{d \cdot \ln D/d} = \frac{2 \cdot 200}{4 \cdot 10^{-3} \ln 100} = 2{,}2 \cdot 10^4 \text{ Volt/cm},$$

wenn die zwischen Draht und Zylinder angelegte Spannung $U = 200$ Volt ist. Daraus berechnet sich nach (8): $\Delta E_0 = 0{,}056$ Volt. Für $E_T = 0{,}1$ Volt wird daher $J_s = 1{,}75 \cdot J_{s0}$, d. h. der Sättigungsstrom durch das von der Spannung $U = 200$ Volt erzeugte äußere Feld um 75% vergrößert. — Bei Drähten mit rauher Oberfläche beobachtet man oft schon bei geringerer Feldstärke, daß die Stromstärke auch im Sättigungsgebiet langsam anwächst, wenn man die äußere Spannung weiter steigert (vgl. später Bild 8 rechte Seite). Der Grund liegt einerseits darin, daß sich örtlich an hervorstehenden kleinen Spitzen größere Feldstärken ausbilden, anderseits darin, daß aus zurücktretenden kleinen Löchern in der Oberfläche infolge der in § 5 behandelten Raumladungswirkungen die emittierten Elektronen erst bei höheren Spannungen herauskommen.

Die Austrittsarbeit und damit entsprechend stärker die Größe des Sättigungsstromes ändern sich manchmal zeitlich ganz von selbst in unregelmäßiger Weise. Die Ursache ist meistens ein schlechtes Vakuum. Geringe Spuren von Gasresten, die sich auf der Oberfläche des emittierenden Metalls anlagern, können

[1]) Vgl. § 5, insbesondere Bild 10 in dem $\mathfrak{E}_0$ gleich der Steilheit der dort gezeichneten Kurven an der Drahtoberfläche ist.

je nach ihrer chemischen Verwandtschaft die Emission mehr oder weniger vermindern oder auch, freilich seltener, erhöhen. Oxyde können durch den Emissionsstrom selbst elektrolytisch zersetzt werden, so daß sich Sauerstoff entwickelt, der sich später wieder mit dem zersetzten Metall verbinden kann. Auch die zur Verbesserung des Vakuums verdampften Getter-Metalle (vgl. § 2 c) können sich auf dem emittierenden Metall niederschlagen und bei höheren Temperaturen wieder verdampfen. Man sieht, es gibt eine große Menge verschiedenartiger Einwirkungen, die den Sättigungsstrom verändern können. Reines Wolfram und in zweiter Linie thoriertes Wolfram, falls es nicht zu hoch erhitzt wird, geben aber bei gutem Vakuum meist sehr konstante Emissionsströme, natürlich eine außerordentlich konstante Temperatur vorausgesetzt.

b) **Elektrische Heizung.** An sich ist es gleichgültig, wie die für die Elektronenemission erforderliche hohe Temperatur erzeugt wird. Praktisch wird sie aber wohl immer durch elektrische Heizung erzeugt. Man verwendet, wie in der Glühlampentechnik, dünne Drähte, durch die ein Heizstrom J_h geschickt wird. Die zugeführte Heizleistung $N_h = J_h^2 R_h = U_h J_h$ muß die in der Sekunde abgegebene Wärmemenge Q decken. Bei dem hohen Vakuum wird von der Drahtoberfläche keine Wärme durch Leitung, sondern nur durch Strahlung abgegeben (Q_s), außerdem Wärme durch Leitung zu den durch die Halterungen abgekühlten Drahtenden (Q_l). Q_s ist proportional der Drahtoberfläche $F = 2\pi r \cdot l$ und steigt nahezu mit der 5. Potenz der absoluten Temperatur an (vgl. Tafel I, Spalte 5). Die Wärmeableitung Q_l ist proportional dem Drahtquerschnitt $q = \pi r^2$ und umgekehrt proportional der Drahtlänge l. Q_l wächst nur direkt proportional mit der Übertemperatur. Q_l tritt daher gegenüber Q_s um so mehr zurück, je höher die Temperatur ist und ferner je dünner und je länger der Heizdraht ist.

Bei reinen Wolframdrähten, bei denen für eine merkliche Emission etwa $T = 2300°$ erforderlich ist, ist die Strahlung weit überwiegend. Die Leitung bedingt nur eine Abkühlung der Enden gegenüber der Drahtmitte. Im ganzen mittleren

Tafel I[1]).

Theoretische Werte für reines Wolfram bei fehlender Wärmeleitung, d. h. reiner Wärmestrahlung.

	Drahtdurchmesser d = 0,1 mm			
1.	2.	3.	4.	5.
T absolut	J_h in A	U_h in V/cm	J_s mA/cm	Q_s Watt/cm²
500°	0,048	0,006		0,01
600	0,075	0,013		0,03
700	0,108	0,022		0,08
800	0,148	0,036		0,17
900	0,193	0,054		0,32
1000	0,244	0,077	$33{,}6 \cdot 10^{-15}$	0,60
1100	0,301	0,107	$4{,}8 \cdot 10^{-12}$	1,03
1200	0,363	0,143	$306 \cdot 10^{-12}$	1,66
1300	0,431	0,187	$10 \cdot 10^{-9}$	2,57
1400	0,504	0,239	$208 \cdot 10^{-9}$	3,83
1500	0,581	0,299	$2870 \cdot 10^{-9}$	5,52
1600	0,662	0,367	$29 \cdot 10^{-6}$	7,7
1700	0,747	0,445	$222 \cdot 10^{-6}$	10,6
1800	0,836	0,533	$1{,}4 \cdot 10^{-3}$	14,2
1900	0,927	0,630	$7{,}2 \cdot 10^{-3}$	18,6
2000	1,022	0,738	$31{,}5 \cdot 10^{-3}$	24,0
2100	1,119	0,856	0,12	30,5
2200	1,217	0,984	0,42	38,2
2300	1,319	1,124	1,28	47,2
2400	1,422	1,275	3,64	57,7
2500	1,526	1,436	9,35	69,8
2600	1,632	1,611	22,5	83,8
2700	1,741	1,797	51,2	99,6
2800	1,849	1,995	111,1	117,6
2900	1,961	2,206	229,5	137,8
3000	2,072	2,430	444,0	160,5

[1]) Nach Langmuir und Jones, Gen. El. Rev. 30, 312; 1927.

Bemerkungen zu Tafel I.

Zu Spalte 1: T = Absolute Temperatur 273 + T°; T° = Grad Celsius.

Zu Spalte 2: Die Zahlwerte geben die Heizstromstärke J_h in A an, die erforderlich ist, um einen Wolframdraht vom Durchmesser d = 0,1 mm unter Vernachlässigung der Wärmeleitung auf die Temperatur T zu erhitzen.

J_h ändert sich wie $d^{3/2}$, wird also für d = 0,4 mm 8 mal größer, für d = 0,04 mm rund 4 mal kleiner als die angegebenen Werte. J_h ist unabhängig von der Drahtlänge l, aber nur, solange Wärmeleitung ganz zu vernachlässigen ist.

Zu Spalte 3: Die Zahlwerte geben die erforderliche Heizspannung U_h in Volt für 1 cm Drahtlänge an. Für einen 1 cm langen Draht ist die Spannung 1 mal so groß. U_h ändert sich wie $1/\sqrt{d}$, wird also für d = 0,4 mm 2 mal kleiner, für d = 0,05 mm $\sqrt{2}$ = 1,41 mal größer.

U_h/J_h ist der angenähert T proportionale Widerstand eines Wolframdrahtes von 0,1 mm Durchmesser und 1 cm Länge in Ohm.

$U_h \cdot J_h$ ist die von diesem Drahtstück, d. h. von π mm² Oberfläche je Sekunde ausgestrahlte Wärmemenge in Watt.

Zu Spalte 4: J_s ist der emittierte Sättigungsstrom in mA je cm Drahtlänge, d. h. für π mm² Oberfläche. J_s ist proportional der Oberfläche, also proportional l · d. 1 cm² emittiert $100/\pi$ = 32 mal mehr als in Spalte 4 angegeben.

Die gleiche Emission erreicht man mit thoriertem Wolfram bei etwa $^2/_3$ T, mit Bariumüberzug bei $^1/_3$ T, d. h. bei $^1/_3$ der in der Tafel für reines Wolfram in Spalte 1 angegebenen Werte. Aus diesem so gefundenem T findet man dann in Spalte 2 und 3 die zugehörigen Werte von U_h und J_h. Für tiefere Temperaturen ist aber die Wärmeableitung durch die Enden nicht zu vernachlässigen. Es sind dann größere Beträge U_h und J_h erforderlich, um das betreffende T zu erzeugen.

Zu Spalte 5: Q_s ist die je cm² von einer blanken Wolfram-Oberfläche ausgestrahlte Wärmeleistung. Die Zahlwerte sind gleich $U_h \cdot J_h \cdot 100/\pi$. Sie können auch zur Berechnung der mittleren Anodentemperatur dienen, die sich einstellt, wenn eine gegebene Leistungsaufnahme (z. B. durch Elektronenbombardement) aus einer gegebenen Oberfläche einer Wolframanode durch Wärmestrahlung wieder abgegeben werden muß. Bildet die Anode einen geschlossenen Raum, so strahlt nur die äußere Oberfläche Wärme ab.

Teil besitzt ein längerer Draht dann eine ganz konstante nach Tafel I aus der Heizstromstärke J_h zu berechnende Temperatur T, weil sich sowohl die zugeführte Wärmemenge N_h, als auch die abgegebene Q_s gleichmäßig über die ganze Länge verteilt. Daher ist auch der Emissionsstrom J_s gleichmäßig über die ganze mittlere Länge verteilt (vgl. Bild 3). Nur die äußersten Drahtenden werden infolge der Wärmeleitung so stark abgekühlt, daß sie zur Emission nichts beitragen. Bei 0,05 mm dicken Drähten sind hierfür etwa je 2 mm, bei 0,2 mm Durchmesser je 4 mm Länge an jedem abgekühlten Befestigungspunkt in Rechnung zu setzen.

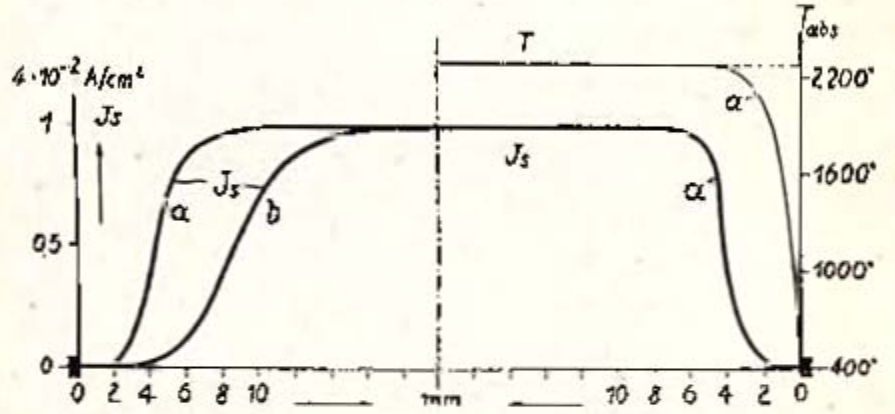


Bild 3. Verteilung von Temperatur T und Emission J_s längs eines elektrisch geheizten Wolframdrahtes (überwiegende Wärmestrahlung).
a) d = 0,05 mm (J_h = 0,5 A erforderlich).
b) d = 0,20 mm (J_h = 4,0 A erforderlich).

Bei den tiefen Temperaturen (T = 800—1000° abs.), die bei **bariumbedeckten Drähten** ausreichend sind, ist meist die Wärmeleitung ausschlaggebend. Gegenüber T = 2300° sinkt Q_s auf etwa $^1/_{100}$, Q_l auf $^1/_3$, so daß sich der abkühlende Einfluß der Enden zu beiden Seiten etwa auf das $\sqrt{\frac{100}{3}} \approx 6$ fache der in Bild 3 dargestellten Länge erstrecken würde. Bei den Drähten normaler Länge (15 bis 40 mm bei Verstärkerröhren) wird daher die der reinen Strahlung entsprechende konstante Temperatur, wie sie aus Tafel I zu entnehmen ist, auch in der Drahtmitte durchaus nicht mehr erreicht. Die Temperatur und

in noch viel höherem Maße die Emission verteilt sich ganz ungleichmäßig über den ganzen Draht. Für den Grenzfall der reinen Wärmeleitung ergibt sich für einen konstanten spezifischen Widerstand ϱ eine parabelförmige, für die bessere Annäherung: ϱ proportional T, eine davon nur wenig verschiedene, cos-förmige Temperaturverteilung (Bild 4). Die ganze Emission beschränkt sich hier praktisch auf die mittlere Hälfte des Drahtes. *Bei reiner Wärmeleitung würde ein viermal kürzerer Draht die gleiche Gesamtemission ergeben, wenn er überall die im Mittelpunkt herrschende maximale Temperatur und Emission besäße.* Dies,

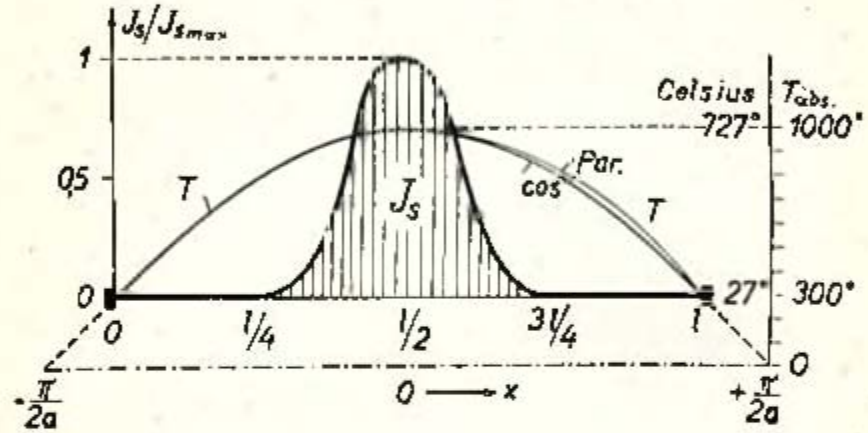


Bild 4. Verteilung von T und J_s längs eines elektrisch geheizten Drahtes bei reiner Wärmeableitung durch die Enden.

$$-\lambda q \frac{d^2T}{dx^2} = \frac{J^2\varrho}{q}.$$ Zwei Annahmen:

1. $\varrho = \text{const}$; $b^2 = \frac{J^2\varrho}{q^2\lambda} = \text{const}$; $-\frac{d^2T}{dx^2} = b^2$; $T = T_{max}\left(1 - \frac{b^2x^2}{2}\right)$

2. $\varrho = \text{const} \cdot T$; $a^2 = \frac{b^2}{T} = \text{const}$; $-\frac{d^2T}{dx^2} = a^2T$; $T = T_{max}\cos(a\,x)$.

sowie überhaupt der ganze, in Bild 4 gezeichnete Verlauf gilt für beliebig lange und dicke Drähte, nahezu auch für beliebige Heiztemperaturen, solange die Voraussetzung, daß die Wärmestrahlung gegenüber der Wärmeleitung verschwindend klein ist, erfüllt ist. Heizt man stärker, so erhöht sich natürlich überall T und entsprechend wesentlich stärker J_s. Die relative Verteilung über die Drahtlänge, das Verhältnis $J_s/J_{s\,max}$, bleibt aber nahezu dieselbe.

Bei reiner Wärmeleitung würde sich die erzeugte Übertemperatur $T_{ü}$ proportional zu J_h^2 ändern, bei reiner Wärmestrahlung die absolute Temperatur T etwa proportional zu $J_h^{2/5}$. Eine kleine Änderung der Heizstromstärke $\frac{\Delta J_h}{J_h} = p\,\%$ erzeugt daher im ersten Falle eine Änderung $\frac{\Delta T_ü}{T_ü} = 2\,p\,\%$ oder für $T_{abs} \approx 2\,T_ü$ eine Änderung $\frac{\Delta T}{T} = p\,\%$. Im zweiten Falle wird dagegen nur $\frac{\Delta T}{T} = \frac{2}{5}\,p\,\%$. Nach Satz (7) folgt daher:

(10) *Eine Änderung des Heizstromes um je 1 % ändert den Sättigungsstrom um 25 bis 10 %. Eine Verdoppelung des Sättigungsstromes tritt bei je 3 bis 7 %, eine Verzehnfachung bei 10 bis 24 % Änderung des Heizstromes ein.*

Die erstgenannten Werte gelten bei überwiegender Wärmeleitung, d. h. besonders bei tiefen Temperaturen (Barium) und kurzen Heizdrähten, die zweitgenannten für überwiegende Wärmestrahlung, d. h. besonders bei hohen Temperaturen (Wolfram) und langen Heizdrähten. Aus dieser starken Änderung von J_s bei kleinen Änderungen von J_h folgt, daß man ein außerordentlich genau anzeigendes Instrument benutzen muß, wenn man den Sättigungsstrom durch Messung von J_h konstant halten will. Bei Messung der Heizspannung U_h erhält man fast die doppelte Genauigkeit, weil sich U_h infolge der Zunahme des Widerstandes mit der Temperatur fast doppelt so stark ändert wie J_h (vgl. auch Tafel I). Bei weitem am besten mißt man unmittelbar den Sättigungsstrom selbst, wodurch auch Änderungen der Austrittsarbeit oder der Temperatur infolge zusätzlicher Heizwirkungen (vgl. später) durch Nachregulieren des Heizstromes ausgeglichen werden können. Man muß dabei den Sättigungsstrom immer bei einer bestimmten (wegen der Raumladungen nicht zu kleinen) Gitter- und Anodenspannung messen, weil die Größe der Spannungen nach (8) auch von Einfluß sein können.

Bei überwiegender Strahlung ist sowohl die zuzuführende Heizleistung N_h als auch der Emissionsstrom J_s proportional der Drahtoberfläche. Das Verhältnis beider, das

(11) „Heizmaß" $H = \frac{J_s}{N_h} = \frac{J_s}{U_h J_h}$

ist dann unabhängig von der Länge und Dicke des Heizdrahtes, nur abhängig von der Temperatur des Drahtes und somit direkt ein Maß für die Temperatur, von der wieder die Lebensdauer abhängt. Bei *reinem Wolfram* berechnet sich aus Tafel I

für	$T = 2300°$	$H = 0{,}86$ mA/Watt
	$2400°$	$2{,}00$ „
	$2500°$	$4{,}26$ „
	$2600°$	$8{,}56$ „
	$2700°$	$16{,}4$ „

Bei dünnen Drähten darf man etwa bis $T = 2400°$, d. h. bis $H = 2$, bei dicken bis $H = 10$ mA/Watt gehen. Das Heizmaß hat jetzt nur noch für größere Senderöhren einen Wert, für die man meistens noch reines Wolfram verwendet. Für die kleineren Verstärkerröhren verwendet man jetzt fast ausschließlich Drähte mit Thorium- oder Barium-Überzug, die bei viel tieferer Temperatur und hoher Lebensdauer leicht eine viel höhere Emission ergeben. Weil bei ihnen die Wärmeleitung durch die Drahtenden stark überwiegt, ist bei ihnen nicht mehr N_h der Oberfläche proportional. Das Heizmaß ist dann kein eindeutiges Maß mehr für die Temperatur und Lebensdauer, sondern auch von der Länge des Heizdrahtes abhängig. Man erreicht praktisch ohne Schwierigkeiten mit 2 Volt · 0,06 Amp. = 0,12 Watt Heizleistung einen Sättigungsstrom J_s von 5 bis 10 mA oder mit 4 Volt · 0,65 Amp. = 2,6 Watt Heizleistung $J_s = 200$ mA, d. h. ein *„Heizmaß" $H = 50$ bis 100 mA/Watt bei Bariumdrähten.* Man kann diese hohen Sättigungsströme nur praktisch kaum ausnutzen, teils wegen der Raumladungswirkungen, teils wegen der zusätzlichen Heizwirkung des Emissionsstromes, was in den folgenden Abschnitten behandelt wird.

c) Zusätzliche Heizwirkungen. Bei den modernen, stark emittierenden Röhren macht sich die *Heizwirkung des Emissionsstromes* erheblich bemerkbar. Die überall aus der Drahtoberfläche

austretenden Elektronen, d. h. der längs des ganzen Drahtes durch die Oberfläche eintretende „positive" Strom (vgl. Bild 1, § 1) durchfließt auch Teile des Drahtes und überlagert sich dort dem Heizstrom. Bei gleichen (oder auch gar keinen) Widerständen in den beiden Zuleitungen, vom Abzweigpunkt des Emissionsstromes aus gerechnet, fließt J_s zur Hälfte durch die eine, zur andern Hälfte durch die andere Zuleitung ab, wie das in Bild 5 gezeichnet ist. Bei verschiedenen Widerständen der Zuleitungen verteilt sich J_s umgekehrt wie die Widerstände, wobei es gleichgültig ist, in welcher Zuleitung die EMK. U_h liegt. Stets ist bei Gleichstromheizung der Strom am negativen Ende um J_s größer als am positiven. Schaltet man zwei Strommesser in die Zuleitungen, wie in Bild 5 gezeichnet, so zeigen sie bei geöffnetem Schalter S, also unterbrochenem Elektronenstrom J_s, gleichen Ausschlag, beim Schließen von S zeigt das eine Instrument mehr, das andere weniger an. Die Differenz muß stets gleich J_s sein. Da sich nach (10) die Elektronen-Emission etwa verdoppelt, wenn der Heizstrom sich um 5% ändert, so wird bei $J_s/J_h = 5\%$ die Emission am einen Ende schon doppelt so groß wie am andern, bei $J_s/J_h = 10\%$ sogar schon viermal so groß. Das kältere, positive Ende trägt dann nur noch wenig zur Emission bei.

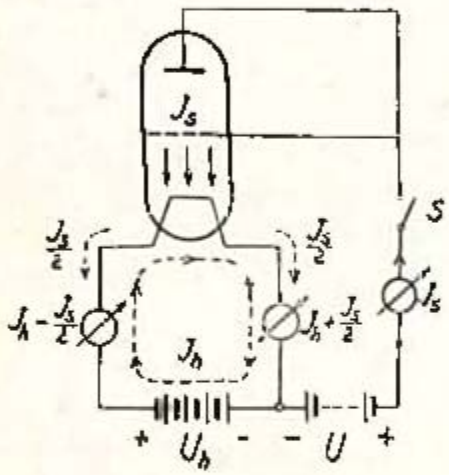


Bild 5. Überlagerung des Emissionsstroms J_s über den Heizstrom J_h.

(12) *Man sollte bei Gleichstromheizung den (betriebsmäßigen) Emissionsstrom nicht größer als 10% des Heizstromes machen. Sonst verteilt sich die Emission sehr ungleichmäßig über die Heizdrahtlänge. Das negative Ende des Heizdrahtes wird wesentlich heißer als das positive und trägt dann fast ausschließlich zum Sättigungsstrom bei (Bild 6).*

Durch die Heizwirkung des Emissionsstromes kann der ganze Heizzustand sogar labil werden. Bei einer kleinen Erhöhung der Drahttemperatur erhöht sich die Emission, dieso bewirkt eine erhöhte Heizung, also eine weitere Erhöhung der Drahttemperatur. Dadurch wird die Emission wieder größer usw., bis der Heizdraht am negativen Ende durchbrennt.

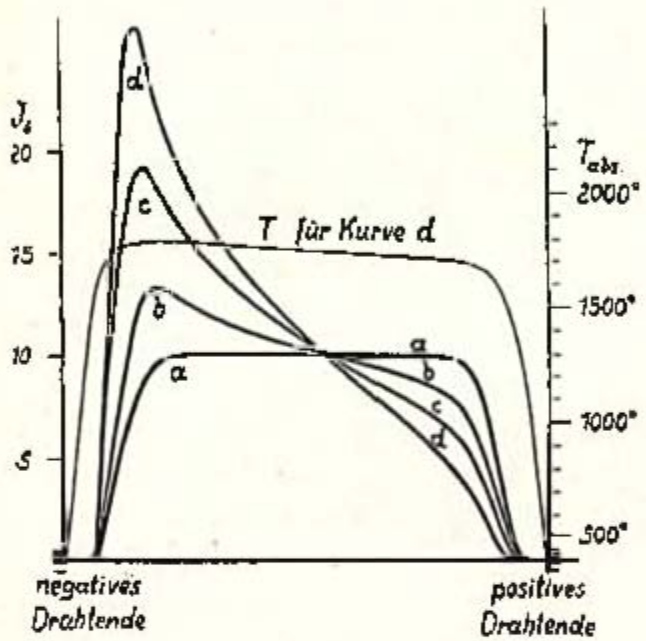


Bild 6. Angenäherte Verteilung der Emission länge eines mit Gleichstrom geheizten thorierten Wolframdrahtes.

a) $\frac{J_s}{J_h} = 0\%$; b) $\frac{J_s}{J_h} = 5\%$;

c) $\frac{J_s}{J_h} = 10\%$; d) $\frac{J_s}{J_h} = 20\%$.

Zahlenmäßig kann man das Eintreten dieses *labilen Zustandes* etwa folgendermaßen überschlagen. Die Heizwirkung von J_s hat etwa dieselbe Wirkung wie die Erhöhung von J_h um $^1/_4 J_s$. (Im einzelnen hängt das von der durch die äußeren Widerstände bedingten Stromverteilung ab.) Eine kleine Erhöhung dJ_h von J_h ergibt aber nach (10) eine etwa 20mal so große prozentuale Erhöhung dJ_s von J_s. Es muß daher J_s gleich oder größer als

$^1/_5$ J_h sein, wenn die absolute Änderung von J_s mit $^1/_4$ ihres Betrages eingesetzt gleich der Heizwirkung einer gedachten Änderung dJ_h sein soll, die die Änderung von J_s von selbst erzeugen würde.

Diese Labilität kann nur eintreten, wenn die Anodenspannung so hoch ist, daß der Emissionsstrom auch bei seiner Steigerung dauernd gesättigt bleibt. Das ist im praktischen Betriebe fast niemals der Fall. Man arbeitet hier fast stets im „Raumladungsgebiet", wo der Emissionsstrom sich fast gar nicht mit der Heizstromstärke ändert (vgl. § 5). Die Labilität kann aber leicht eintreten, wenn man die Kennlinie einer Röhre aufnimmt und hierbei die mit der Sättigung zusammenhängenden Fragen untersuchen will[1]).

Alle diese Schwierigkeiten fallen fort, wenn man Wechselstrom zur Heizung verwendet. Denn dann ist der für die Heizwirkung maßgebende Effektivwert $J_{eff} = \sqrt{J_{heff}^2 + J_s^2}$. Selbst wenn $J_s/J_{heff} = 20\%$ sein würde, würde der Unterschied in J_{eff} erst 2% betragen. Da J_s außerdem im allgemeinen nach beiden Seiten gleich stark abfließt, kommt in der Mitte gar nichts, an den Enden nur $^1/_2$ J_s zur Wirkung, wodurch die Ungleichförmigkeit weiter auf den vierten Teil sinkt. *Bei allen größeren Senderröhren verwendet man daher möglichst Wechselstromheizung.* Daß man neuerdings auch kleine Verstärkerröhren mit Wechselstrom heizt, hat freilich nur den rein praktischen Grund, daß man dann die Heizbatterien sparen kann, indem man eine zur Verfügung stehende Starkstromwechselspannung leicht auf beliebig kleine Wechselspannungen heruntertransformieren kann. Man verwendet hier gern kurze, dicke Heizdrähte, sogenannte „*Kurz-*

[1]) Man kann diese Labilität, die Rückwirkung des Emissionsstromes auf die Heizung, die rückwärts den Emissionsstrom bedingt, durch geeignete Schaltungen auch zur Schwingungserregung benützen. Vgl. J. Jto, Diss. Dresden, Jahrb. d. dr. Telegr. 35, 12; 1930. Zur ersten Anregung der Schwingungen muß man im Sättigungsgebiet arbeiten. Weil dort aber die Amplitude immer weiter anwachsen und die Röhre schließlich durchbrennen würde, muß man durch nicht zu hohe Anodenspannungen dafür sorgen, daß man rechtzeitig ins Raumladungsgebiet kommt, wo die Amplitude dann nicht mehr weiter wächst.

fadenröhren" mit kleiner Heizspannung und großer Heizstromstärke, weil eine größere Wechselspannung am Heizdraht brummende Nebengeräusche verursacht. Die dadurch bedingte größere Wärmeleitung und dementsprechend größere Heizleistung macht bei einem Starkstromanschluß praktisch nichts aus.

Noch vollkommener wirkt die *indirekte Heizung*, bei der die emittierende Oberfläche von dem Heizstromkreise durch einen Isolator elektrisch vollkommen getrennt ist (Bild 7). Der Heizdraht geht in einem doppelt durchbohrten zylindrischen Körper aus feuerfestem Isoliermaterial (meist Magnesia) hin und zurück. Der zylindrische Körper erhält außen eine gut emittierende Oberfläche, meist einen mit Barium bedeckten Nickelüberzug. Bei genügender Leistungszufuhr durch den Heizdraht wird der zylindrische Körper und seine emittierende Oberfläche glühend. — Diese indirekt geheizten Röhren haben den Vorteil, daß weder der Emissionsstrom auf die Heizwirkung, noch die Heizspannung auf den Emissionsstrom einen Einfluß hat, gute Isolation und Fehlen kapazitiver Nebenwirkungen vorausgesetzt.

Bild 7. Indirekt geheizte Kathode.

Mit der *Elektronen-Emission* ist auch eine *Abkühlung* des Heizdrahtes verbunden. Es fliegen ja nur die schnellen Elektronen durch die Oberfläche, die langsamen bleiben zurück. Das bedeutet, daß die Temperatur sinkt. Die Austrittsarbeit ist z. B. bei Wolfram 4,5 Volt, so daß die abkühlende Wirkung $4{,}5 \cdot J_s$ Watt beträgt. Das ist bei $J_s = 5\%$ von J_h für $U_h = 4{,}5$ Volt nur 5% von der gesamten Heizleistung $N_h = U_h J_h$. Die Abkühlung ist an den heißeren Stellen, die mehr Elektronen emittieren, stärker, vermindert also etwaige Ungleichmäßigkeiten, ist aber an sich so klein, daß sie praktisch kaum in Erscheinung tritt.

Bei manchen Oxydkathodenröhren tritt umgekehrt dadurch eine *zusätzliche Erwärmung* ein, daß der Emissionsstrom beim radialen Durchfließen der *schlecht leitenden Oxydschicht* einen

gewissen Widerstand findet. Diese zusätzliche Erwärmung kann so groß werden, daß man den Heizstrom ganz ausschalten kann, nachdem man den Emissionsvorgang eingeleitet hat. Der Heizdraht der Röhre glüht dann ruhig weiter, auch wenn die Röhre sonst kalt ist, eine Rückheizung durch die Anode also nicht eintritt (vgl. unten). Doch ist dieser Zustand nicht sehr stabil und gibt ohne einen hohen Vorschaltwiderstand oder eine sonstige Strombegrenzung wie z. B. durch die Raumladungswirkung leicht ein dauerndes Anwachsen des Stromes und der Temperatur bis zur Lichtbogenbildung oder ein dauerndes Abnehmen des Stromes bis Null. Auch muß man dann die Röhre wie beim Lichtbogen zunächst einmal zünden.

Bei größeren Röhren erhitzt sich die Anode oft bis zur hellen Rotglut. Dann tritt eine sogenannte *Rückheizung* ein. Die Anode strahlt ihrerseits dem Heizdraht Wärme zu. Die Sättigungsstromstärke nimmt dann scheinbar mit der Anodenspannung zu, weil sich die Anode bei höherer Anodenspannung stärker erwärmt und durch Rückheizung dann auch der Heizdraht heißer wird, wenn man sonst alles konstant läßt. Daß der Einfluß der Rückheizung, d. h. der Umgebungstemperatur für gewöhnlich so gering ist, liegt daran, daß die Wärmestrahlung mit der vierten bis fünften Potenz der absoluten Temperatur ansteigt. Bei einem reinen Wolframdraht mit $T = 2300°$ ist selbst bei einer Umgebungstemperatur von $T = 1000°$, d. h. dunkler Rotglut, die Rückstrahlung kleiner als $\left(\frac{1}{2{,}3}\right)^4 = 0{,}035$, d. h. nur 3,5% der Heizleistung. Der Emissionsstrom würde dadurch freilich nach Satz (10) schon um etwa 20% ansteigen.

Bei Thorium- oder Bariumröhren, die oft bei ganz tiefen Temperaturen z. B. 1000° abs. glühen, tritt eine gleiche Rückheizung von 3,5% schon bei einer Umgebungstemperatur von etwa $\frac{1000}{2{,}3} = 435°$ absolut $= 162°$ Celsius ein. Bei solchen Röhren beobachtet man daher fast stets, daß der Emissionsstrom nicht nur mit der Anodenspannung anwächst, sondern daß er auch bei konstanter Anodenspannung ganz langsam

immer weiter ansteigt. Der größere Emissionsstrom erzeugt eine größere Erwärmung der Anode, diese durch Rückheizung eine größere Erwärmung der Kathode, so daß der Emissionsstrom weiter anwächst usw. Die Röhre brennt schließlich durch, wenn nicht vorher der Heizstrom hinreichend weit verkleinert wird, oder die Emission wie gewöhnlich durch die Raumladungswirkung begrenzt wird.

§ 4. Anlaufstrom.

Die aus dem glühenden Heizdraht emittierten Elektronen verlieren zwar durch den Austritt an Geschwindigkeit; weil aber nur die schnelleren überhaupt austreten können, so kommt heraus, daß die Elektronen auch nach dem Austritt alle möglichen Geschwindigkeiten haben, die sich nach dem gleichen Wahrscheinlichkeitsgesetz (3) um die gleiche mittlere Voltgeschwindigkeit $E_T = 8{,}6 \cdot 10^{-5} T$ gruppieren, die die Elektronen vor dem Austritt in dem auf die Temperatur T erhitzten Metall hatten. Umgibt man daher den Heizdraht mit einer Auffang-Elektrode, der „Anode" A, der man eine negative Spannung U gegenüber dem Heizdraht erteilt, so können trotzdem noch alle Elektronen, deren Anfangsgeschwindigkeit in Volt ausgedrückt größer als U ist, die Gegenspannung U überwinden und nach A gelangen. Je stärker negativ aber U gemacht wird, desto weniger Elektronen haben die Möglichkeit, die Anode A zu erreichen. Der so gebildete Strom J muß daher genau wie das Wahrscheinlichkeitsgesetz (3) durch eine Exponentialfunktion darstellbar sein.

(13) $\quad J = J_0 \, \varepsilon^{\frac{U}{E_T}}$ (*Anlaufstromgesetz* gültig für $U < 0$).

Für	$U/E_T = 0$	$-0{,}7$	-1	-3	-6	-10	-20
wird also	$J/J_0 = 1$	$1/2$	$1/2{,}7$	$1/20$	$1/400$	$1/22000$	2.10^{-9}

Bei den üblichen Temperaturen des Heizdrahtes liegt E_T zwischen 0,1 und 0,2 Volt, der Strom J nimmt also jedesmal auf die Hälfte ab, wenn die negative Spannung U um $0{,}7 \cdot E_T = 0{,}07$ bis 0,14 Volt vergrößert wird. Bei $U/E_T = -10$, d. h. bei einer Gegenspannung $U \approx -1$ bis -2 Volt ist der Strom J meist schon so klein, daß er praktisch unmerklich ist.

(14) *Man kann daher den Strom zu einer kalten Elektrode stets dadurch vollständig zu Null machen, daß man dieser gegenüber dem Heizdraht eine geringe negative Spannung gibt.*

Der exponentielle Verlauf des Stromes in Abhängigkeit von negativen Spannungen U findet sich auch experimentell weitgehend bestätigt. Trägt man J in logarithmischem Maßstab über U auf, so erhält man eine gerade Linie, deren Neigung durch die Größe von E_T d. h. die Temperatur des Heizdrahtes bestimmt ist. Vgl. Bild 8 linke Seite[1]). Der Theorie entsprechend findet man, daß die Geraden bei stärkerer Heizung, also größerem E_T, etwas weniger geneigt verlaufen.

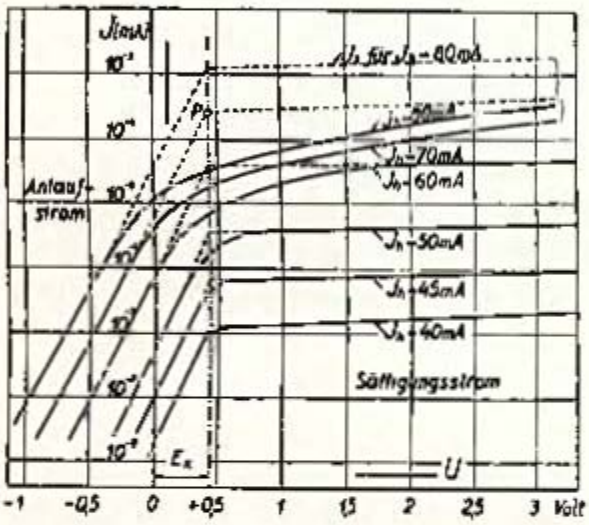


Bild 8. Kennlinien einer Oxydkathodenröhre in logarithmischem Maßstab.

Für U = 0 wird nach Gleichung (13) $J = J_0$ und man sollte erwarten, daß $J_0 = J_s$, der Strom gleich dem Sättigungsstrom würde, weil ohne Gegenspannung alle emittierten Elektronen zur Anode hinüberfliegen können. Für kleine Heizstromstärken J_h ist das in der Tat nahezu der Fall. Die in Bild 8 links steil ansteigenden Geraden, die den exponentiell ansteigenden Anlaufstrom darstellen, biegen für $J_h = 40$ und 45 mA ganz plötzlich in die nahezu horizontalen Geraden, den Sättigungsstrom um. Das geschieht freilich nicht bei U = 0 sondern bei $U = E_k$, dem *„Kontaktpotential"* zwischen Heizfaden und Auffangelektrode,

[1]) Nach H. Rothe, Diss. Dresden. Vgl. Zeitschr. f. techn. Physik 6, 633; 1925. — Um den störenden Spannungsabfall U_h längs des Heizdrahtes auszuschalten, wurde bei der Messung ein Baeyer-Schalter angewandt. Vgl. die Anm. Seite 49.

das gleich der Differenz der Austrittsarbeiten ist, also vom Material und der Oberflächenbeschaffenheit der beiden Leiter abhängt. Bei der in Bild 8 verwandten Oxydkathodenröhre war $E_k = +0{,}45$ Volt. Bei stärkerer Heizung ist der theoretisch zunächst zu erwartende, bei $U = E_k$ geknickte Linienzug auch punktiert eingezeichnet. Für $J_h = 70$ mA ist der Knickpunkt P besonders hervorgehoben. Der dick ausgezogene tatsächliche Verlauf weicht davon aber immer mehr ab, je stärker man heizt. Für $J_h = 80$ mA erreicht der Strom für $U = E_k$ nur noch $^1/_{40}$ des Sättigungswertes. Der Grund für diese Abweichung liegt in den Raumladungserscheinungen, die im folgenden § 5 ausführlich besprochen werden, weil sie für die praktische Anwendung der Röhren viel wichtiger sind als das Anlaufstromgebiet.

Das exponentielle Anlaufstromgesetz gilt im allgemeinen auch dann, wenn mehrere Auffangelektroden, z. B. Gitter und Anode in der Röhre vorhanden sind, und zwar für diejenige Elektrode, deren Spannung U negativ gemacht wird. Es gilt auch für eine gedachte Äquipotentialfläche. Wenn eine solche mit einer Spannung U von -1 bis -2 Volt den Heizdraht umgibt, so wird der ganze Emissionsstrom gesperrt, alle austretenden Elektronen werden in den Heizdraht zurückgetrieben. Hiervon wird im folgenden § 5 und in § 12b noch Gebrauch gemacht werden.

Isolierte Teile in der Röhre, die von den Elektronen getroffen werden können, sollten sich theoretisch immer stärker negativ aufladen, da ja an sich auch Elektronen mit sehr großen Geschwindigkeiten vorhanden sind, die auch auf einen stark negativ geladenen Teil fliegen können und ihn so immer stärker negativ aufladen. Praktisch erreicht man aber nur eine Aufladung auf höchstens -1 bis -2 Volt, da selbst bei bester Isolation immer noch ein ganz schwacher Strom abfließen kann, der die wenigen Elektronen wieder fortführt. Bei nicht ganz vollkommenem Vakuum findet man besonders bei positivem Kontaktpotential, d. h. bei Röhren mit kleiner Austrittsarbeit, oft sogar eine positive Aufladung. Vgl. Teil II C.

Wenn die Glaswände von Elektronen getroffen werden, laden sie sich auch schwach negativ auf und verhindern dadurch ein weiteres Auftreffen von Elektronen, wenigstens wenn sie gut isolieren[1]). Der Endzustand stellt sich oft erst nach einer merklichen Zeit ein. Da diese Glasladungen die Spannungsverhältnisse in der Röhre etwas beeinflussen können, ist mit exakten Messungen zweckmäßig nicht sofort nach dem Einschalten oder nach einer sonstigen starken Änderung des Betriebszustandes der Röhre, sondern erst einige Minuten später zu beginnen.

Man beachte, daß der Elektronenstrom auch bei negativer Spannung U positiv bleibt. Er gibt dann also an die negative Spannung Energie ab, kann einen Akkumulator aufladen. Diese Energie entstammt unmittelbar der Wärmebewegung der Elektronen im Heizdraht. Man hat hier also eine direkte Umwandlung von Wärme in elektrische Arbeit, die, wenn sie in größerem Maßstabe wirtschaftlich durchgeführt werden könnte, von der größten Bedeutung für die ganze Elektrotechnik werden würde. Zunächst ist dieses Anlaufstrom-Gesetz nur für den Gitterstrom bei Verstärkern (Bd. II) und für die Gleichrichterwirkung (Bd. III § 27 und 34) wichtig und soll daher auch dort weiter besprochen werden.

§ 5. Raumladungsstrom.

a) Theorie. Die Darstellung in Bild 8, bei der J im logarithmischen Maßstab aufgetragen ist, läßt besonders deutlich den physikalischen Zusammenhang, die drei von verschiedenen physikalischen Gesetzen beherrschten Teile: Anlauf-, Raumlade- und Sättigungsstromgebiet erkennen. Das erste und das letzte Gebiet ergeben dort eine geradlinige Abhängigkeit von der äußeren Spannung U, das Raumladegebiet ergibt nur die Abrundung zwischen beiden, erscheint dort also gewissermaßen nur als Korrektur. Praktisch ist es aber gerade umgekehrt: Bei den meisten Anwendungen interessiert allein

[1]) Diese Verhältnisse spielen bei den „Außengitterröhren" eine große Rolle. Vgl. § 8.

das Raumladegebiet. Anlauf- und Sättigungsgebiet bestimmen nur dessen Grenzen, haben aber an sich selbst kein Interesse weiter. Um das wichtige Raumladegebiet besser hervortreten zu lassen, verwendet man lieber den gewöhnlichen linearen Maßstab für J. Durch einfaches Umzeichnen von Bild 8 entsteht dann Bild 9. Das Anlaufstromgebiet verschwindet hier praktisch vollkommen im Nullpunkt, weil die Ströme dort um einige Zehnerpotenzen kleiner sind. Ebenso ist der Strom bei der schwachen Heizung $J_h = 40$ und 45 mA in seinem ganzen Verlauf wegen seiner Kleinheit nicht mehr darstellbar. Für $J_h = 50$ mA wird J_s erst $0{,}8 \cdot 10^{-6}$ A. Mit wachsender Heizung steigt dann aber J sehr schnell an, so daß bei $J_h = 80$ mA der Sättigungsstrom $J_s = 160 \cdot 10^{-5}$ A im Bild 9 schon nicht mehr darstellbar ist. — Für $J_h = 70$ mA ist auch im Bild 9 der Punkt P als Schnittpunkt des verlängerten exponentiellen Anlaufstromes mit der Sättigungsstromlinie konstruiert. Die letztere verläuft auch hier nahezu geradlinig horizontal, der schwache Anstieg rührt von den in § 3a beschriebenen Wirkungen her.

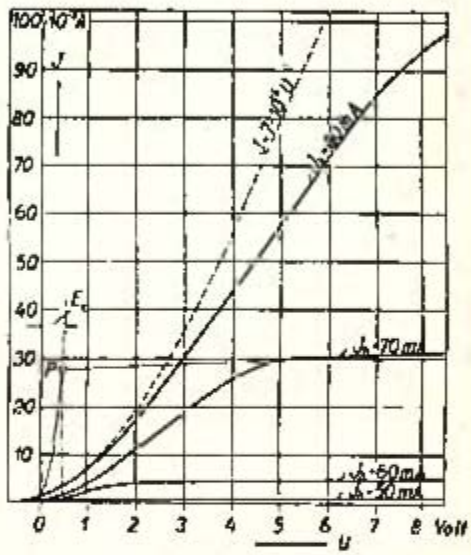


Bild 9. Die in Bild 8 dargestellten Kennlinien in linearem Maßstab.

Der Verlauf der in Bild 9 gezeichneten „Kennlinien" ist für die ganze Verstärker- und Sendertechnik von der größten Bedeutung. Insbesondere interessiert dort die „Steuerfähigkeit", wie weit bei einer Änderung der Spannung U eine Änderung der Stromstärke J eintritt. Das ganze Bestreben der Röhrentechnik geht darauf aus, die Steilheit $S = \frac{dJ}{dU}$ der Kennlinien möglichst groß zu machen, wie später ausgeführt wird. Es sei

daher etwas ausführlicher auf den eigentümlichen Verlauf der Kennlinien im Raumladungsgebiet eingegangen.

Der Grund, warum der Anlaufstrom bei Emissionsströmen über etwa 10^{-6} A nicht sofort in den Sättigungsstrom übergeht, sobald die Anodenspannung U (abgesehen vom Kontaktpotential) positiv wird, liegt in den von den Elektronen selbst hervorgerufenen Raumladungen. Die vom Heizdraht zur Anode hinüberfliegenden Elektronen erzeugen gerade so wie wenn sie ruhten, infolge ihrer negativen Ladung ein elektrisches Feld. Wenn die einzelnen Elektronen auch in kürzester Zeit zur Anode hinübergeflogen sind, so kommen doch immer wieder neue Elektronen, so daß der ganze Raum dauernd von Elektronen erfüllt, d. h. negativ aufgeladen ist. Für die Rechnung kann man einfach eine ruhende negative Aufladung des ganzen Raumes zwischen Heizdraht und Anode annehmen. Diese wird an den verschiedenen Stellen um so größer sein, je mehr Elektronen dort vorhanden sind, je größer also an den verschiedenen Stellen die Stromdichte ist und je kleiner die Geschwindigkeit dort ist, d. h. je länger die Elektronen dort verweilen. *In unmittelbarer Nähe des Heizdrahtes ist daher die Raumladungsdichte besonders groß*, weil dort einerseits die Stromdichte besonders groß ist, anderseits dort die Geschwindigkeiten noch klein sind. Weiter nach der Anode zu nehmen dagegen die Elektronen im elektrischen Feld beschleunigt, rasch große Geschwindigkeiten an. Die Potentialverteilung, d. h. die an den verschiedenen Punkten zwischen Heizdraht und Anode in der Röhre herrschende Spannung wird daher durch die Raumladungen stark verändert.

Die Potentialverteilung läßt sich in einfachen Fällen auch unter Berücksichtigung der Raumladungen berechnen. Die Gleichung $\Delta\varphi = 0$ geht mit Raumladungen ϱ in $\Delta\varphi = 4\pi\varrho$ über. Beachtet man noch, daß die mit der Geschwindigkeit v sich bewegende Raumladung ϱ die Stromdichte darstellt und daß die Geschwindigkeit v nach (1) von der durchlaufenen Spannung, d. h. von dem an der betreffenden Stelle herrschenden Potential abhängt, so ist das ganze Problem bis auf die Grenzbedingungen eindeutig bestimmt. Für eine ebene emittierende

Fläche F und eine im Abstande $x = a$ dazu parallele Ebene als Anode mit der Spannung U ergibt sich z. B.

$$\Delta\varphi = \frac{d^2\varphi}{dx^2} = 4\pi\varrho; \quad J = \varrho v F; \quad v = \sqrt{2}\sqrt{\frac{q}{m}\cdot\varphi}$$

mit der Lösung: $\varphi = \left(\frac{J}{c}\right)^{\frac{4}{3}} \cdot x^{\frac{4}{3}}; \quad c = \frac{\sqrt{2}}{9\pi}\sqrt{\frac{q}{m}}F;$

$$\varphi_{x=a} = U; \quad \text{daher } J = c\,\frac{U^{\frac{3}{2}}}{a^2}.$$

Ohne Raumladungen würde $\varphi = \frac{x}{a}\cdot U$ sein, d. h. proportional mit der Entfernung x anwachsen.

Für die praktisch wichtigere zylindrische Anordnung, d. h. einen dünnen Heizdraht von der Länge l, der im Abstande r_a von der zylindrischen Anode umschlossen ist[1]), ergibt sich

$$\Delta\varphi = \frac{d^2\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d\varphi}{dr} = 4\pi\varrho; \quad J = 2\pi r l\cdot\varrho v; \quad v = \sqrt{2}\sqrt{\frac{q}{m}\cdot\varphi}$$

mit der Lösung

$$(15) \qquad \varphi = \left(\frac{J}{c}\right)^{\frac{2}{3}} r^{\frac{2}{3}}; \qquad c = \frac{2\sqrt{2}}{9\beta^2}\sqrt{\frac{q}{m}}\cdot l$$

$$\varphi_{r=r_a} = U; \qquad \text{daher} \quad J = c\,\frac{U^{\frac{3}{2}}}{r_a}.$$

Ohne Raumladung würde $\varphi = U\cdot\ln\frac{r}{r_a}$ sein.

Der Faktor β^2 ist eine Korrektur, die berücksichtigt, daß der Durchmesser des Heizdrahtes nicht Null, sondern gleich $2r_k$ ist, daß also nicht für $r = 0$ sondern für $r = r_k$ $\varphi = 0$ werden muß. Er ist in Tafel II theoretisch berechnet. Wenn $r \geqq 10\, r_k$ ist, kann man praktisch $\beta^2 = 1$ setzen.

Die Theorie setzt in beiden Fällen voraus, daß an der Kathodenoberfläche $x = 0$ bzw. $r = r_k$ das Potential φ ein

[1]) Bei Röhren mit Gitter ist U die Steuerspannung $U_{st} = \frac{U_g + DU_a}{1+D}$. r_a ist dann der Abstand des Gitters vom Heizdraht, $2r_a$ der Gitterdurchmesser. Vgl. § 8 Satz (15).

Tafel II[1]).

$\frac{r}{r_k}$	β^2	$\frac{r}{r_k}$	β^2	$\frac{r}{r_k}$	β^2
1	0	4	0,665	10	0,978
1,25	0,045	5	0,775	12	1,112
1,5	0,116	6	0,818	16	1,051
2	0,275	7	9,887	20	1,072
2,5	0,405	8	0,925	30	1,091
3	0,512	9	0,955	221	1,053

Minimum besitzt, das dort $\frac{d\varphi}{dx} = 0$ bzw. $\frac{d\varphi}{dr} = 0$ ist und daß ferner dort alle Elektronen die Geschwindigkeit 0 haben. In Wirklichkeit ist die Elektronengeschwindigkeit aber durch die in § 3 angegebene Formel (3) bestimmt, eine Formel, die ja zu dem experimentell gut bestätigten Anlaufstromgesetz führte. Wenn daher trotz positiver Anodenspannung nicht alle Elektronen zur Anode hinüberfliegen, nicht der volle Sättigungsstrom I_s fließt, so ist das nur dadurch möglich, daß durch den Einfluß der Raumladungen ein Gegenfeld entsteht, das Potential also unter das der Kathode sinkt. Es muß um den Heizdraht eine negative Äquipotentialfläche, eine negative Gegenspannung entstehen, gegen die ein Teil der Elektronen nicht mehr anlaufen kann. Nicht die Anodenspannung, sondern das sich unter dem Einfluß der Raumladungen ausbildende „*Minimumpotential*" ist dann für den Strom maßgebend. Das letztere ist natürlich indirekt wieder von der Anodenspannung abhängig. Ein Beispiel wird diese Verhältnisse am besten klar machen.

Bild 10 stellt den Potentialverlauf im Innern der zylindrischen Röhre dar, von der in Bild 8 und 9 die Kennlinien gezeichnet waren, und zwar für $J_h = 80$ mA. In Bild 8 und 9 ist als Abszisse die direkt gemessene Anodenspannung U, in Bild 10 als Ordinate rechts die um das Kontaktpotential verminderte „wahre Spannung" $U - E_k$ aufgetragen! Ohne Raumladung würde das Potential

[1]) I. Langmuir, Phys. Rev. 2, 450; 1913 und 21, 419; 1923.

von der Kathode logarithmisch, d. h. erst schnell, dann langsamer bis auf die jeweilige Spannung U der Anode zunehmen. Dieser Verlauf ist in Bild 10 strichpunktiert eingezeichnet. Die negative Raumladung setzt das Potential überall erheblich herab. Abgesehen von der unmittelbaren Nähe des Heizdrahtes, wo ja die oben abgeleitete Theorie nicht gilt, müssen die Kurven gemäß Formel (15) wie $r^{\frac{2}{3}}$ verlaufen. Es sind die in Bild 10 ausgezogen gezeichneten Kurven. Für eine Anodenspannung $U - E_k = 10$ Volt fließt tatsächlich der volle Sättigungsstrom J_s, der bei $J_h = 80$ mA und $U = 10{,}45$ Volt $160 \cdot 10^{-5}$ A beträgt. (In Bild 9 nicht mehr ganz zu sehen.) Die Potentialkurve e in Bild 10 ist überall ansteigend, geht nicht mehr unter die Nullinie. Es werden daher keine Elektronen irgendwo zurückgetrieben, alle fliegen zur Anode hinüber. Trotzdem ist auch hier die logarithmische Potentialverteilung e′ des raumladungsfreien

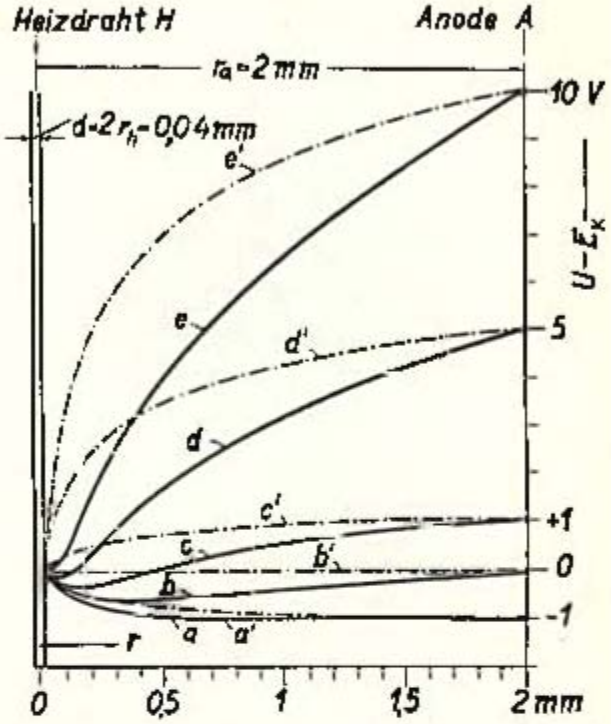


Bild 10. Potentialverlauf im Raume zwischen Heizdraht H und zylindrischer Anode A für verschiedene Anodenspannungen U. (Gleiche Röhre wie in Bild 8 und 9; $I_h = 0{,}80$ mA.)

—·—·— ohne Raumladung: $\varphi = \dfrac{U \ln \frac{r}{r_k}}{\ln \frac{r_a}{r_k}}$,

——— mit Raumladung: $\varphi = U \left(\dfrac{r}{r_a}\right)^{2/3}$

für $r > 10\, r_k$ und $\varphi > 1$.

Feldes, die infolge der Raumladungen in e übergeht, stark geändert. Für $U - E_k = 5$ Volt sinkt die zugehörige Potentialkurve d dicht am Heizdraht um einen kleinen Betrag und zwar hier gerade um E_T, d. h. um 0,14 Volt unter Null. Dadurch wird gemäß dem Anlaufstromgesetz (13) der Strom auf $1/\varepsilon = 1/2{,}7$ verkleinert, beträgt also nur noch $60 \cdot 10^{-5}$ A. Das ist der Wert, der sich aus Bild 9 für $U - E_k = 5$ Volt ergibt.

Für $U - E_k = 1$ Volt, d. h. $U = 1{,}45$ Volt sinkt der Strom nach Bild 8 und 9 auf $10 \cdot 10^{-5}$ A $= 1/16\ J_s$ herab. Die Kurve c in Bild 10 geht daher um $2{,}8 \cdot E_T$ unter Null, da $\varepsilon^{-2{,}8} = 1/16$ ist. Für $U = E_k$ wird $J = 2{,}4 \cdot 10^{-5}$ A $= 1/67\ J_s$. Dementsprechend sinkt die Kurve b in Bild 10 um $4{,}2 \cdot E_T = 0{,}6$ Volt unter Null, da $\varepsilon^{-4{,}2} = 1/67$ ist. Für $U - E_k = -1$ Volt, d. h. $U = -0{,}55$ Volt besitzt die zugehörige Kurve a kein Minimum unter -1 Volt. Hier ist also die Anodenspannung selbst die größte Gegenspannung, die den Strom begrenzt. Von hier an setzt also der eigentliche Anlaufstrom ein, bei dem die Raumladungen keinen Einfluß mehr auf die Stromstärke haben (vgl. Bild 8); ebenso wie für $U - E_k > 10$ Volt der Sättigungsstrom fließt, die Raumladungen auch keinen Einfluß auf die Stromstärke mehr haben. Das Raumladungsgebiet erstreckt sich also im vorliegenden Falle von $U = -0{,}55$ bis $U = +10{,}45$ Volt. Die obere Spannung (10 Volt), oberhalb der das Raumladungsgebiet aufhört, oberhalb der also der nur von der Heizung abhängige Sättigungsstrom J_s fließt, nennt man *„Sättigungsspannung"* U_s.

Erhöht man die Heizstromstärke J_h, so werden mehr Elektronen aus dem Heizdraht frei, der Sättigungsstrom J_s wird größer. Dadurch ändert sich aber die ganze Potentialverteilung in der Röhre gemäß Bild 10 so gut wie gar nicht. Die Potentialkurven müssen nämlich nach wie vor nach der $^2/_3$-Potenz verlaufen, und der Endwert rechts ist ja durch die Anodenspannung festgelegt. Durch die erhöhte Zahl der austretenden Elektronen wird nur das Minimumpotential in der Nähe des Heizdrahtes ein klein wenig, um einige Zehntel Volt, tiefer und treibt dadurch einen größeren Prozentsatz der ausgetretenen Elektronen

wieder in den Heizdraht zurück. Dadurch kommt das merkwürdige Ergebnis zustande, daß trotz der stärkeren Heizung der zur Anode übergehende Strom fast gerade so groß bleibt wie vorher.

(16) *Im Raumladungsgebiet ist der Strom nahezu unabhängig von der Heizung. Er berechnet sich aus der Formel:*

$$J = K \cdot U^{3/2} = K \cdot U\sqrt{U}$$

(*Raumladungsgesetz* gültig für $0 < U < U_s$[1]).

Dies Raumladungsgesetz gilt ganz allgemein für beliebig geformte Elektronenquellen und Anoden. Es setzt nur voraus, daß sich erstens infolge der Raumladungen um die ganze Elektronenquelle eine Äquipotentialfläche ausbildet, die ein Potentialminimum darstellt, so daß dort also der Potentialgradient in allen Richtungen Null ist, und daß zweitens die Elektronen in dieser Fläche alle die Geschwindigkeit Null haben.

Das erstere setzt ein so schwaches äußeres Feld voraus, daß noch nirgends der Sättigungsstrom entsteht, daß so stark geheizt wird, daß noch überall Elektronen im Überschuß vorhanden sind, die wieder in den Heizdraht zurückkehren. Das letztere kann wegen der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung der austretenden Elektronen nur angenähert richtig sein. Das erstere begrenzt das Raumladungsgebiet nach oben, vermittelt den Übergang in den nur von der Heizung abhängigen Sättigungsstrom, das letztere ergibt die Begrenzung nach unten, den Übergang in den Anlaufstrom.

Die nach Satz 16 geforderte Unabhängigkeit des Emissionsstromes J von der Heizung J_h tritt in Bild 8 und 9 noch wenig hervor. Die Röhre war hier absichtlich so schwach geheizt, daß die Raumladungserscheinungen von den Anlaufstrom- und Sättigungserscheinungen noch stark überdeckt wurden. Bei normaler Heizung hätte der Sättigungsstrom nicht $100 \cdot 10^{-3} = 1$ mA, sondern 20 bis 50 mA betragen. Außerdem handelte es sich dort um eine tieftemperierte Barium-Kathode, bei der

[1]) Vgl. aber unter b) Abweichungen von der Theorie!

die in b) zu besprechenden Abweichungen stark hervortreten. Bild 11 zeigt die Kennlinien einer Wolframröhre in dem Bereich ihrer normalen Heizung. Im Raumladungsgebiet d. h. bei hinreichend kleiner Spannung U oder hinreichend starker Heizung J_h fallen die Kurven für verschiedenes J_h alle nahezu zusammen. Sie biegen aber je nach der Heizung J_h früher oder später in das Sättigungsgebiet um und verlaufen dann fast horizontal, d. h. unabhängig von U, dagegen jetzt für verschiedenes J_h stark ver-

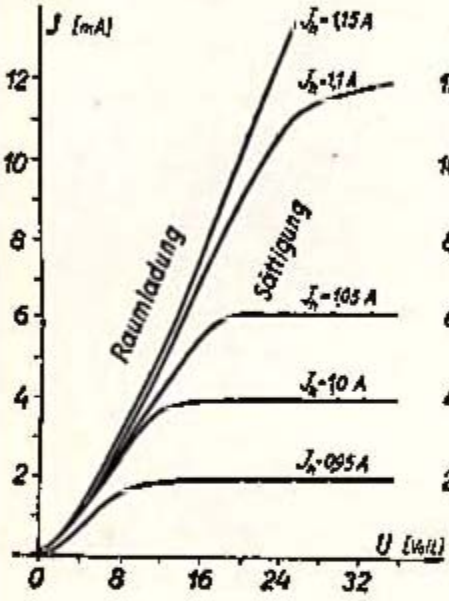


Bild 11. Kennlinien $J = f(U)$ einer K-101-Röhre (Wolframkathode). Gitter und Anode verbunden.

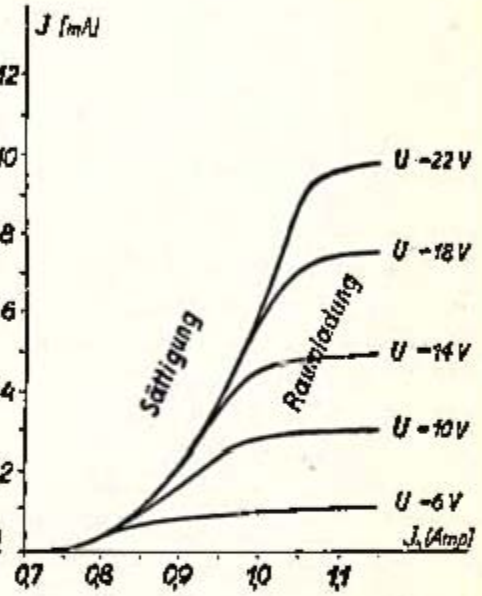


Bild 12. $J = f(J_h)$ umgezeichnet aus den Kennlinien von Bild 11.

schieden. Bild 12, in dem J als Funktion des Heizstromes J_h aufgetragen ist, zeigt diesen Zusammenhang noch deutlicher. Es ist durch einfaches Umzeichnen aus Bild 11 entstanden. Bei schwacher Heizung J_h oder hoher Spannung U herrscht Sättigung; die Kurven sind von U nahezu unabhängig, verlaufen für die verschiedenen U nahezu alle gleich, nämlich gemäß dem Sättigungsstromgesetz (6) mit wachsendem J_h stark ansteigend. Sobald sich aber die Raumladung bemerklich macht, biegen die Kurven ab und verlaufen fast horizontal, d. h. unabhängig von J_h, sind dagegen jetzt für verschiedene U stark verschieden.

Die „*Raumladungskonstante*" K in der Raumladungsformel 16 hängt nur von den geometrischen Dimensionen der Röhre ab. Sie ist um so größer, je leichter die Raumladungen durch die äußere Spannung U zerstört werden, d. h. je näher die Anode an der Kathode liegt und je weniger konzentriert die Elektronen aus der Kathode austreten. Für einfache geometrische Anordnungen läßt sich K zahlenmäßig berechnen. Zwei Beispiele dafür wurden oben schon gegeben. Setzt man in Formel (15) für die zylindrische Anordnung in c die Zahlenwerte für Ladung q und Masse m der Elektronen ein, setzt ferner $\beta^2 = 1$ und schreibt für den Anoden-(Gitter-)Radius r statt r_a, so erhält man die praktisch viel benutzten Formeln:

$$K = 14{,}6 \cdot 10^{-6} \frac{l}{r}; \tag{17}$$

$$J = 0{,}0146 \frac{l}{r} U^{3/2} \text{ Milliampere; (U in Volt).} \tag{18}$$

$$S = \frac{dJ}{dU} = 0{,}0219 \frac{l}{r} \sqrt{U} \text{ mA/V} \tag{19}$$

Für $\frac{l}{r} = 7$ wird $K = 10^{-4}$ und es wird für

$U =$	1	2	4	10	25	100	400	1000 V
$J = 0{,}1 \cdot U^{3/2} =$	0,1	0,283	0,80	3,16	12,5	100	800	3160 mA
$S = 0{,}15 \sqrt{U} =$	0,15	0,21	0,30	0,48	0,75	1,5	3,0	4,8 mA/V.

Der Stromverlauf für $\frac{l}{r} = 5$ d. h.

$$J = 0{,}07 \cdot U^{3/2} \text{ mA} = 7 \cdot 10^{-5} U^{1{,}5} \text{ Amp.}$$

ist in Bild 9 gestrichelt eingezeichnet.

Das Raumladungsgesetz, sowie auch der theoretisch berechnete Zahlenfaktor für K hat sich bei theoretisch einwandfreien Anordnungen experimentell gut bestätigen lassen. Die Abweichungen, die bei normalen Röhren entstehen, werden im folgenden Abschnitt b) besprochen werden. Vgl. auch § 13.

Man beachte besonders, daß durch die Raumladungswirkungen nicht nur der Verlauf, sondern auch die absolute Größe des Emissionsstromes in Abhängigkeit von der Spannung unabänderlich

festgelegt ist. Bei zylinderförmigen Röhren mit einem Heizdraht in der Achse kann man praktisch die Heizdrahtlänge l nicht über einige Zentimeter, den Anodenabstand r[1]) nicht unter einige Millimeter, d. h. $\frac{l}{r}$ schwer größer als 10 bis 20 machen. Daraus folgt:

(20) *Mit Spannungen von einigen Volt ist es unmöglich, größere Ströme als einige mA zu erhalten. Ströme von einigen Ampere erfordern schon Spannungen an die 1000 Volt.*

Diese durch die Raumladungen bedingten Verhältnisse haben zur Folge, daß man bei Elektronenröhren immer mit hohen Spannungen und kleinen Stromstärken, also mit geringen Steilheiten der Kennlinien und mit großen inneren Widerständen arbeiten muß. Bei Gasentladungen, z. B. dem Lichtbogen, wo die positiven Gasionen die Raumladungen der negativen Elektronen aufheben, kann man dagegen mit Spannungen oberhalb der Ionisierungsspannung, d. h. mit etwa 20 bis 40 Volt unbegrenzt große Ströme, z. B. 1000 Amp. und mehr erhalten. Es ist daher schon oft versucht worden, die Steilheit der Kennlinie durch Gaszusatz (besonders Edelgase oder Metalldämpfe), d. h. durch Verschlechtern des Vakuums zu erhöhen. Es genügen an sich schon geringe Gasmengen, da die Gasionen infolge ihrer mehrere tausendmal größeren Masse eine viel kleinere Geschwindigkeit haben, daher viel länger im Raume verweilen, viel stärkere Raumladungen hervorrufen, als die Elektronen. Bisher hat aber das unregelmäßige Verhalten oder die mangelhafte Steuerfähigkeit der Gasentladungen und die Gefahr eines zu großen Stromanstieges (= Kurzschlusses) die Laboratoriumsversuche noch nicht zu einer betriebssicheren Ausführungsform kommen lassen.

b) Abweichungen von der Theorie. Die Richtigkeit der Raumladungsformel (17) innerhalb ihres Gültigkeitsbereiches ist durch besondere Versuchsanordnungen weitgehend bestätigt

---

[1]) Bei Gitterröhren entspricht r dem Gitterabstand. Vgl. § 8. — Bei den neueren Röhren schaltet man oft eine größere Anzahl von Heizdrähten parallel und vergrößert dadurch entsprechend die Gesamtlänge l. Vgl. § 13.

worden. Bei den normalen Verstärker- und Senderöhren treten dagegen einige Abweichungen auf, die besonders durch die ungleichförmige Temperaturverteilung, sowie das zusätzliche elektrische und magnetische Feld des Stromes im Heizdraht bedingt werden.

Das magnetische Feld, das den Heizdraht ringförmig umgibt und in unmittelbarer Nähe des Drahtes eine nicht unbeträchtliche Stärke hat, lenkt die radial herausfliegenden Elektronen axial nach dem negativen Heizdrahtende hin ab und treibt sie schließlich halbkreisförmig wieder zum Draht zurück.

Bei sehr großen Heizstromstärken (100 A) wird dadurch der Übertritt der Elektronen zur Anode selbst bei hohen Anodenspannungen (500 Volt) vollkommen verhindert[1]). Mit Verkleinerung der Heizstromstärke nimmt diese Wirkung aber quadratisch ab, so daß bei 10 Amp. schon eine Anodenspannung über 5 Volt imstande ist, die Elektronen von Heizdraht zur Anode hinüberzuziehen. Es tritt dann nur eine Erhöhung der Raumladungen, ein flacherer Verlauf der Kennlinie ein. Bei Stromstärken unter 1 Amp. macht sich aber auch dieser Einfluß des Magnetfeldes kaum mehr bemerkbar.

Das elektrische Feld, der Spannungsabfall von U_h Volt längs des Heizdrahtes, bewirkt zunächst, daß die Elektronen etwas schief fortfliegen, dann aber besonders, daß es gar keine bestimmte Spannung U zwischen Heizdraht und Anode gibt, diese sich vielmehr längs des Heizdrahtes um die Heizspannung U_h ändert. Es ist üblich, *alle Spannungen gegen den Heizdraht rechnerisch auf das negative Ende des Heizdrahtes zu beziehen.* Dann bedeutet also U die Spannnung zwischen Anode und negativem Ende, und die Spannung gegen das positive Ende wird um U_h kleiner, also gleich $U-U_h$ (Bild 13). Die gesamte Kennlinie setzt sich dann gewissermaßen aus Teilkennlinien jedes Heizdrahtstückes zusammen, die um eine allmählich von 0 bis U_h wachsende Spannung verschoben sind (Bild 14, die gestrichelten Kurven). Die Mittelwertsbildung läßt sich unschwer

[1]) Vgl. A. W. Hull, Journ. Am. Inst. El. Eng 42, 1013; 1923.

durchführen und liefert die in Bild 14 dick ausgezogene Kennlinie. Für größere Spannungen U, nämlich für $U > U_h$ verläuft diese nahezu in der Mitte aller Teilkennlinien, d. h. nahezu so, als ob die Spannung U um $^1/_2\, U_h$ vermindert wäre.

Rechnerisch ergibt die Integration für $U > U_h$:

$$(21)\quad J = K\left[U - \frac{U_h}{2}\right]^{3/2} \cdot \left[1 + \frac{1}{32}\left(\frac{U_h}{U}\right)^2 + \frac{1}{3413}\left(\frac{U_h}{U}\right)^4 + \cdots\right]$$

Da die rechte Klammer praktisch gleich 1 ist, muß man also *in der Raumladungsformel für $U > U_h$ als Anodenspannung die Spannung gegen die Mitte des Heizdrahtes in Rechnung setzen*[1]).

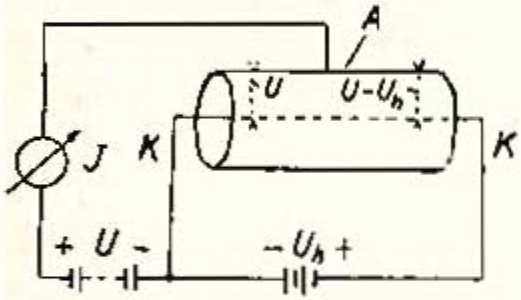


Bild 13. „Anodenspannung" längs des Heizdrahtes verschieden.

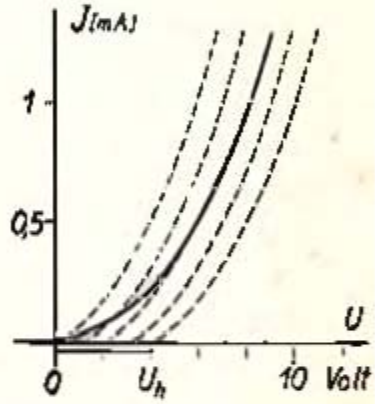


Bild 14. Einfluß der Heizspannung U_h auf den Verlauf der Kennlinie.

Das allgemein zu tun, wäre aber unzweckmäßig, weil dann bei der Spannung Null der Strom nicht Null würde. Für $U < U_h$ trifft die obige Näherung nämlich durchaus nicht zu. Zu Beginn von $U = 0$ bis $U = U_h$ verläuft die Kurve wesentlich flacher. In diesem Bereich trägt das positive Ende des Heizdrahtes gar nichts zur Kennlinie bei. Die Kennlinie würde zu Anfang gerade so verlaufen, wenn das positive Ende gar nicht vorhanden, der Heizdraht kürzer wäre. Wenn also, was bei Verstärkern vorkommt, nur ein Arbeitsgebiet in der Nähe von U = 4 Volt wirksam

[1]) Die weiter unten besprochene ungleichförmige Temperaturverteilung längs des Heizdrahtes kann diese Verhältnisse merklich ändern.

ist, hat es keinen Zweck, den Heizdraht länger zu nehmen, als es einer Heizspannung von 4 Volt entspricht[1]). Man kann daher die Steilheit der Kennlinie — auf diese kommt es bei Verstärkerröhren meist nur an — gemäß Formel (18) durch Vergrößern der Heizdrahtlänge l nur bedingt erhöhen, nämlich nur insoweit man auch den Arbeitspunkt auf höhere Spannungen verschiebt. Kleine Verstärkerröhren werden daher meist für eine Heizspannung von 2—4 Volt bemessen.

In ähnlicher Weise wie das Umbiegen in die Nullinie wird auch das Umbiegen in die Sättigungsgerade bei $U = U_s$ durch den Spannungsabfall im Heizdraht verflacht.

Bei indirekt geheizten Röhren hat der Spannungsabfall U_h keinen Einfluß. Die emittierende Kathode ist dort eine Äquipotentialfläche. Bei direkt geheizten Röhren kann man zu Meßzwecken dasselbe erreichen, wenn man den Heizstrom während der Dauer der Messung unterbricht. Macht man dies ganz kurzzeitig periodisch wiederholt, so kühlt sich während der Unterbrechung der Heizdraht nicht wesentlich ab[2]).

In ähnlicher Weise wie der Spannungsabfall im Heizdraht wirkt auch die *verschiedene Anfangsgeschwindigkeit* der austretenden Elektronen vermindernd auf die Steilheit der Kennlinie ein. Kann man sich doch die Anfangsgeschwindigkeit dadurch entstanden denken, daß die Elektronen eine gewisse Spannung durchflogen hätten, also auch aus einem Heizdraht mit verschiedener Spannung entstammten. Da die mittlere Austrittsgeschwindigkeit aber selbst bei Weißglut nur 0,2 Volt beträgt, ist dieser Einfluß gegenüber dem von U_h gering.

Etwas größer kann schon der Einfluß des *Kontaktpotentials* E_k werden. Dies ist gleich der Differenz der Austrittsarbeiten $E_k = E_{oa} - E_{ok}$ von Anode und Kathode, kann also bis zu 3 Volt betragen. Bei Barium- und Thoriumkathoden mit besonders kleiner Austrittsarbeit E_{ok} dampft aber meist ein Teil des Bariums oder Thoriums auf die Anode hinüber und verringert dadurch auch deren Austrittsarbeit E_{oa}. Dadurch und

[1]) Siehe Fußnote 1, S. 48.

[2]) O. v. Baeyer, Phys. Zs. 10, 168, 1909. Vgl. auch die Anm. S. 34.

durch sonstige Oberflächenänderungen, z. B. durch Gasanlagerung, ändert sich manchmal das Kontaktpotential E_k einer Röhre selbst während des Betriebes[1]). Die „wahre Spannung" zwischen Anode und Kathode, die für die Elektronenbewegung und die Raumladungen maßgebend ist, ist gleich $U - E_k$, d. h. um einen meist unbekannten Betrag E_k kleiner als die gemessene Spannung U. Man begeht also einen Fehler, wenn man die letztere unmittelbar in Rechnung setzt. Bei größerem U ist dieser Fehler relativ klein.

Bei höheren Anodenspannungen U ist auf den Kennlinienverlauf von viel größerem Einfluß die *ungleichmäßige Temperaturverteilung längs des Heizdrahtes,* die besonders bei den sehr dunkel glühenden Bariumröhren stark ins Gewicht fällt. Als Heizdrahtlänge l ist in Formel (17) natürlich nur die Länge einzusetzen, die sich auf einer so hohen Temperatur befindet, daß eine merkliche Elektronenemission erfolgt. Das ist häufig weniger als die halbe Länge des Heizdrahtes[2])! Außerdem besitzen die weniger heißen Stellen eine geringere Sättigungsstromstärke, werden also schon bei kleineren Spannungen gesättigt. In Bild 15 ist für drei verschiedene Heizstromstärken a, b, c die Verteilung des Emissionsstromes J/cm über die Heizdrahtlänge l in Anlehnung an Bild 4 aufgetragen. Die schrägen „Spannungslinien" stellen den Spannungsverlauf U längs des Heizdrahtes zwischen diesem und der Anode dar. Dabei ist $U_h = 4$ Volt angenommen, und der ungleichmäßige Maßstab für U so gewählt, daß der durch U nach dem Raumladungsgesetz $J = K \cdot U^{3/2}$ hervorgerufene Strom J eine zugeordnete gleichmäßige Skala erhält. Die Spannungslinien sind daher nur angenähert geradlinig. Die von diesen Linien und den Kurven a, b oder c eingegrenzte Fläche stellt dann den gesamten zur Anode fließenden Strom dar. Bei einer Anodenspannung von 4 Volt, am negativen Ende gemessen, also z. B. bei einer direkten Verbindung der Anode mit dem positiven Ende des Heizdrahtes

[1]) Vgl. z. B. Bild 18, wo die Änderung der Austrittsarbeit an der Änderung der Sekundärelektronenmenge erkenntlich wird.

[2]) Vgl. § 13.

und einer der Kurve a entsprechenden Heizung ergibt sich die in Bild 15 schraffierte Fläche als Maß für den gesamten Anodenstrom. Man erkennt, wie mit wachsender Anodenspannung U, d. h. Höherrücken der Spannungslinien, die Sättigung allmählich immer weiter nach der Mitte des Heizdrahtes fortschreitet, bei der Heizung a z. B. bei U = 4 Volt schon etwa die Hälfte des

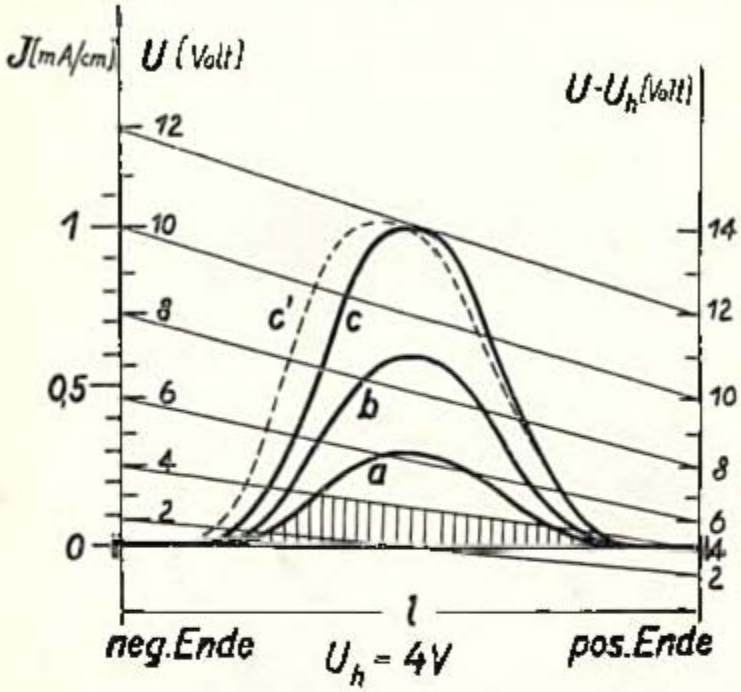


Bild 15. Einfluß der ungleichförmigen Sättigung auf den Verlauf der Kennlinie.
a = schwache, b = mittlere, c = starke Heizung,
c' = zusätzliche Heizung durch den Anodenstrom.

emittierenden Drahtstückes gesättigt ist, bei weiterer Steigerung von U also nur noch der mittelste Teil zur Stromerhöhung beiträgt.

(22) *Die Raumladungskennlinie muß daher ganz allmählich in die Sättigungsgerade übergehen, schon weit vor der endgültigen Sättigung flacher verlaufen, als es der Formel (16) entspricht.*

Außerdem erkennt man deutlich, wie mit stärkerer Heizung, d. h. mit dem Übergang von der Kurve a zu b und c, der Strom auch im Raumladungsgebiet bei konstantem U anwachsen muß. Durch

die stärkere Heizung wird der wirksam emittierende Teil des Heizdrahtes länger. Dies ist hauptsächlich der Grund, warum die Kennlinien, wie sie z. B. in Bild 9 dargestellt sind, entgegen der Theorie auch im Raumladungsgebiet bei stärkerer Heizung einen größeren Anodenstrom ergeben. Wolframröhren, besonders solche mit langen Heizdrähten, die nach Bild 3 in § 3b viel gleichmäßiger temperiert sind, zeigen eine viel geringere Änderung der Kennlinie, selbst wenn man die Heizung in weiten Grenzen ändert, natürlich ohne sie so weit zu vermindern, daß bei der betreffenden Spannung schon Sättigung eintritt. Vgl. Bild 11.

Ist der Emissionsstrom J nicht mehr klein gegen J_h, so trägt er seinerseits mit zur Heizung bei. Das Maximum der Emission wird dadurch zum negativen Ende hin verschoben. Vgl. Bild 15 Kurve c' und Bild 6 in § 3c. In Formel (21) müßte man daher von U nicht $\frac{U_h}{2}$, sondern einen kleineren Betrag abziehen, dessen Größe sich mit J und somit auch mit U ändert. Streng genommen kommt dann wegen der Wärmeträgheit des Heizdrahtes sogar noch eine zeitliche Abhängigkeit hinzu. Die langsam aufgenommene Kennlinie bleibt für schnelle Änderungen nicht mehr ganz gültig, weil der Heizdraht schon bei 100 Hertz die kleinen, durch die Schwankungen des Emissionsstromes hervorgerufenen Temperaturänderungen nicht mehr mitmacht.

Zusammenfassend ergibt sich, daß die Kennlinien besonders im unteren Bereich (für $U < 6$ Volt) nicht unbeträchtlich von dem einfachen Raumladungsgesetz (16) abweichen, so daß man dies quantitativen Rechnungen nicht ohne weiteres zugrunde legen darf[1]). Die Ursachen der Abweichungen lassen sich aber weitgehend übersehen, so daß die vorstehenden Überlegungen wichtige Anhaltspunkte für die Konstruktion der Röhren und ihre Anpassung an bestimmte vorgeschriebene Bedingungen ergeben.

c) **Steilheitskurven.** Neben der Kennlinie selbst, der Abhängigkeit des Gleichstromes J von der Gleichspannung U, kommt es bei den meisten technischen Anwendungen der Röhren auf die verschiedenen Ableitungen dieser Funktion an.

[1]) Vgl. § 13.

Die erste Ableitung $S = \frac{dJ}{dU}$ die „Steilheit" der Kennlinie, kennzeichnet die Steuerungsfähigkeit der Röhre und ist z. B. ausschlaggebend für die Verstärkereigenschaften der Röhre.

Die zweite Ableitung $T = \frac{d^2J}{dU^2} = \frac{dS}{dU}$, die mit der Krümmung der Kennlinie zusammenhängt, bestimmt die Gleichrichterwirkung der Röhre sowie die Formverzerrung bei Verstärkern.

Die dritte Ableitung $\frac{dT}{dU} = \frac{d^3J}{dU^3}$, die sich aus der Kennlinie selbst kaum noch erkennen läßt, ist maßgebend für den harten oder weichen Einsatz der durch Rückkopplung sich selbst erregenden Schwingungen.

Alle diese Ableitungen folgen mathematisch zwar ohne weiteres aus der gegebenen Kennlinienfunktion, ihre praktische Bestimmung aus Gleichstrommessungen ist aber sehr ungenau, weil Differenzen und Differenzen von Differenzen zu bilden sind, wobei ganz kleine Fehler der Einzelwerte schon sehr große Fehler in den Differenzen ergeben können. Es ist daher viel genauer, die erste Ableitung, die

$$\text{Steilheit } S = \frac{dJ}{dU}$$

unmittelbar durch einen schwachen, sich dem Gleichstrom überlagernden Wechselstrom zu messen und zwar in Abhängigkeit von der Gleichstromvorspannung U, von dem „Arbeitspunkt" auf der Kennlinie. *Solche „Steilheitskurven" $S = f(U)$ lassen die Eignung der Röhren zu den verschiedenen technischen Zwecken viel besser erkennen als die Kennlinien selbst.* Sie sind oft auch für die Untersuchung der inneren physikalischen Zusammenhänge besser geeignet als die Kennlinie, da sie die „Feinstruktur" der Kennlinie besser enthüllen[1]).

Praktisch werden fast immer Röhren mit Gitter verwandt. Doch lassen sich mit Hilfe der „Steuerspannung" die Verhältnisse bei diesen auf die einfache Röhre mit Kathode und Anode zurückführen, wie in § 8 gezeigt werden wird. Zu Meßzwecken

[1]) Vgl. § 10b.

braucht man nur Gitter und Anode zu verbinden; das Gitter ist dann als Anode der entsprechenden gitterlosen Röhre zu betrachten.

Bild 16 zeigt, wie man die Wechselstrommessung dieser auf die Steuerspannung bezogenen Steilheit S_{st} mit Hilfe der Wheatstoneschen Brücke ausführen kann. Der gemessene Widerstand R_x ist gleich dem Verhältnis der Wechselspannung dU zu dem Wechselstrom dJ an den Klemmen $k_1 k_2$. Das ist nichts anderes als die reziproke Steilheit. Die Steilheit S entspricht dem Leitwert der Röhre in Bezug auf einen kleinen überlagerten Wechselstrom. Die Gleichspannungsquelle E und das Gleichstrominstrument J müssen für Wechselstrom widerstandslos sein. Sonst

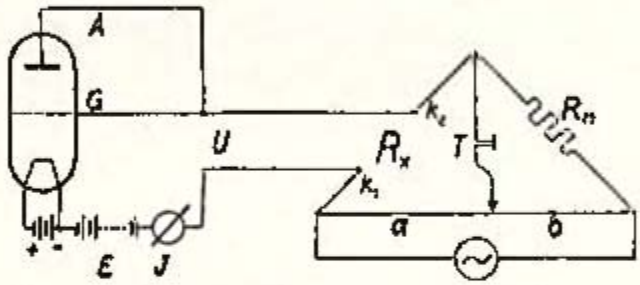


Bild 16. Messung der auf die Steuerspannung bezogenen Steilheit der Kennlinie. $\frac{1}{S_{st}} = R_x = R_n \frac{a}{b}$.

würde $R_x = \frac{1}{S} + R_E + R_J$. — Die Gleichspannung U an der Röhre, die maßgebend für den Arbeitspunkt auf der Kennlinie, also für den sich einstellenden Gleichstrom J ist, wird durch Ändern von E eingestellt. Der Gleichstrom fließt auch mit durch die Brücke, was aber den Wechselstrom nicht stört. Es ist nur zu beachten, daß U um den Spannungsabfall in der Brücke kleiner ist als E. — Die Wechselspannung dU an der Röhre muß so klein bleiben, daß in dem Bereich $\pm$ dU die Kennlinie noch als geradlinig betrachtet werden kann. Das ist meist noch bei einer Wechselspannung von $^1/_2$ Volt gut der Fall, abgesehen vom Anlaufstromgebiet, in dem $dU < E_T = 0{,}1$ bis 0,2 Volt genommen werden muß.

Bild 17 zeigt das Ergebnis solcher Messungen an der Telefunkenröhre RE 144 und zwar für vier verschiedene Heizstromstärken, die durch die betreffenden Sättigungsströme J_S bei $U = 120$ Volt gekennzeichnet sind. Außer den Steilheitskurven sind auch die normalen Kennlinien zum Vergleich punktiert eingezeichnet. Die Steilheitskurven haben ihr Maximum dort, wo die Kennlinien einen Wendepunkt besitzen, am steilsten verlaufen. Dort erhält man die größte Verstärkung dJ bei gegebenem dU und die größte Verzerrungsfreiheit, weil sich dort S nur wenig ändert. Der Bereich, in dem S nahezu konstant ist, gibt ein Maß für die größte, völlig verzerrungsfrei zu verstärkende Wechselspannungsamplitude. Für $J_s = 20$ mA findet man z. B. $S \approx S_{max} = 0{,}74$ mA/V für den Bereich von $U =$ 18 bis 22 Volt. Dort, wo die Steilheitskurve am steilsten verläuft, einen Wendepunkt besitzt, ist T und damit die Gleichrichtung schwacher Wechselströme am größten. Das ist hier bei $U = 3$ Volt der Fall. Dort, wo die Krümmung der Steilheitskurve positiv, nach oben offen ist, d. h. bis $U = 3$ Volt, setzen rückgekoppelte Schwingungen hart ein, während man in den ganzen mittleren, negativ gekrümmten, nach unten offenen Teilen der Steilheitskurve einen weichen Schwingungseinsatz erhält. Erst kurz vor Erreichen der geringen S-Werte im Gebiete völliger Sättigung ist nochmals die S-Kurve nach

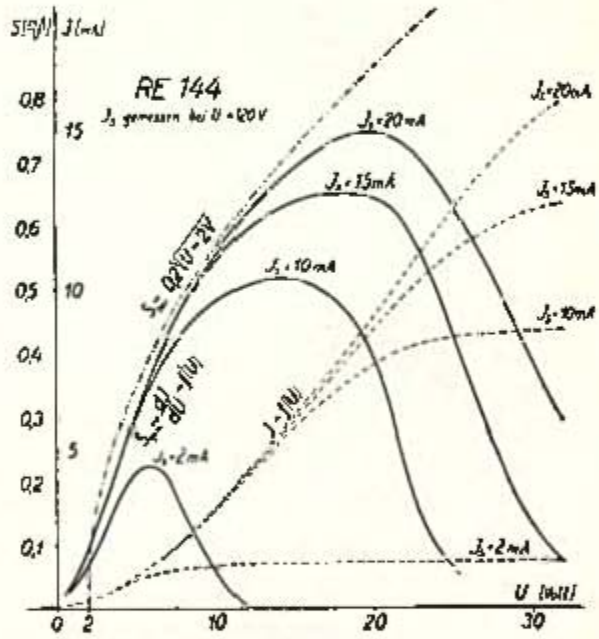


Bild 17. Steilheitskurven.

oben offen gekrümmt. Dort tritt wieder ein harter Schwingungseinsatz ein. Man sieht, wie leicht und zahlenmäßig genau man das ganze Verhalten einer Röhre an den Steilheitskurven erkennen kann.

Der Verlauf der Steilheitskurven ist nach dem früher Gesagten leicht verständlich. Im Anlaufstromgebiet bei $U < 0$ ist die S-Kurve ebenso wie die Kennlinie eine Exponentialfunktion, also stets positiv gekrümmt. Im Raumladungsgebiet sollte S nach (19) proportional $\sqrt{U}$ zunehmen, also parabelförmig mit negativer Krümmung verlaufen. Wegen des Spannungsabfalles längs des Heizdrahtes, der hier 4 Volt betrug, ist aber nach § 5b, Bild 14, als Nullpunkt $U = {}^1/_2\, U_h = 2$ Volt zu nehmen. Dieser theoretische Verlauf ist strichpunktiert eingezeichnet. Man sieht, wie der tatsächliche, gemessene Verlauf hiermit, soweit zu erwarten, vorzüglich übereinstimmt. Bis zu $U = U_h = 4$ Volt erklären sich die Abweichungen durch den Spannungsabfall längs des Heizdrahtes. Weiter oben setzt dann je nach der Heizung früher oder später die Sättigung ein, und zwar nicht plötzlich, sondern wegen der ungleichförmigen Temperaturverteilung längs des Heizdrahtes allmählich. Die Steilheitskurven biegen vom theoretischen Verlauf langsam ab und fallen dann schneller bis auf den geringen Wert herunter, der dem geringen Anstieg der Kennlinie bei völliger Sättigung entspricht.

Liegt das Arbeitsgebiet bei Spannungen $U < 4$ Volt, so kann man bei der in Bild 17 dargestellten Röhre die Heizung ohne wesentliche Einbuße an Steilheit so weit heruntersinken lassen, daß $J_s = 2$ mA wird. Bei $U = 10$ Volt braucht man schon mindestens $J_s = 10$ mA und bei $U = 20$ Volt mindestens $J_s = 20$ mA, um die durch die geometrische Anordnung der Röhre bedingte maximale Steilheit tatsächlich zu erreichen. $J_s = 20$ mA entspricht der für diese Röhre normalen Heizung. Für $U < {}^1/_8\, U_h = 2$ Volt sinkt die Steilheit erst schnell, dann aber langsamer ab und behält selbst für $U = 0$ Volt noch merkliche Werte. Im Anlaufstromgebiet, wo $J = J_0 \varepsilon^{U/E_T}$ ist, ist

$$S = \frac{J}{E_T} \approx 10\, J \quad \text{für} \quad E_T \approx 0{,}1 \text{ Volt.} \tag{23}$$

Im theoretischen Raumladungsgebiet $J = K\,(U - {}^1/_2\,U_h)^{3/2}$ ist dagegen $S = \frac{3}{2}\,\frac{J}{U - {}^1/_2\,U_h}$. Für $U = 5$ Volt, d. h. $U - {}^1/_2\,U_h = 3$ Volt würde $S = \frac{J}{2}$, d. h. 20 mal so klein wie nach der Anlaufstromformel (23) berechnet. Die S-Kurve besitzt daher im Anlaufstromgebiet 20 mal größere Werte als die J-Kennlinie, wenn die Maßstäbe so gewählt würden, daß sich beide Kurven für $U = 5$ Volt schneiden. Daraus erklärt sich die Erscheinung, daß die S-Kurve manchmal schon da anfängt anzusteigen, wo die J-Kennlinie scheinbar noch Null ist.

§ 6. Elektroneneintritt in Metalle.

a) **Wärmewirkung.** Wenn die Elektronen das Vakuum durchflogen haben, treten sie mit einer der durchlaufenen Spannung entsprechenden Geschwindigkeit in das kalte Metall der Anode ein. Hier geben sie im allgemeinen durch Zusammenstoß ihre Geschwindigkeit an die im Metall befindlichen Elektronen ab, erhöhen dadurch deren Geschwindigkeiten, d. h. die Temperatur der Anode.

(24) *Die gesamte an die Anode abgegebene Leistung in Watt ist einfach gleich der Elektronenstromstärke in Ampère mal der durchlaufenen Spannung zwischen Heizdraht und Anode in Volt*[1]).

Bei größeren Senderröhren ist diese Leistung sehr beträchtlich, bei 50% Wirkungsgrad ebenso groß, wie die erzeugte Wechselstromleistung, bei einem 1 kW-Rohr also z. B. 1000 Watt. Die ganze Anode erhitzt sich dann durch das Elektronenbombardement meist bis zur Rotglut. Infolge des Vakuums kann die Wärme praktisch nur durch Strahlung abgegeben werden. Spalte 5 in Tafel I, Seite 22 gibt die hierfür maßgebenden Zahlwerte. Selbst bei 1500° erhält man erst 5,5 Watt/cm², braucht also

[1]) Streng genommen ist diese Spannung noch um die der Austrittsarbeit aus der Kathode (nicht Anode!) entsprechende Spannung E_0 von etwa 2 Volt zu erhöhen. — Dies Gesetz gilt ferner nur für den durch Primärelektronen gebildeten Strom. Vgl. unter b) Sekundärelektronen.

für ein 1 kW-Rohr eine Anode von rund 200 cm^2 Oberfläche. Durch Schwärzung ließe sich die Wärmestrahlung erheblich[1]) steigern, bei gegebener Leistung würde also die Temperatur weniger hoch anwachsen. Doch lassen sich geschwärzte Metalle schwer entgasen. Auch verschiebt sich die Wärmestrahlung bei tieferer Temperatur weiter ins Ultrarote, so daß sie dann von der umgebenden Glaswandung stärker absorbiert wird, das Glas sich stärker erwärmt. — Bei größeren Leistungen ist man gezwungen, die Anode mit Wasser zu kühlen. Vgl. Bd. II § 9.

Bei unzweckmäßiger Anordnung können die Elektronen auch an der Anode vorbeifliegen und auf die Glaswand treffen. Bei höheren Spannungen leuchtet diese dann in grünlichem Fluoreszenzlicht auf und bei größeren Stromstärken kann sie sich so weit erwärmen, daß das Glas schmilzt und durch den äußeren Luftdruck eingedrückt wird. Bei gutem Vakuum, fehlenden positiven Ionen und gut isolierendem Glas lädt sich aber das Glas durch die aufprallenden und dort haften bleibenden Elektronen sofort so stark negativ auf, daß weitere Elektronen diese Stelle nicht mehr treffen können. Diese Gefahr des Durchschmelzens besteht daher nur bei schlecht evakuierten Röhren, besonders während des Auspumpens bei der Fabrikation, und dann, wenn das Glas infolge zu hoher Erhitzung besser leitend geworden ist.

b) Sekundärelektronen. Bei höheren Spannungen entsteht bei den ersten Zusammenstößen im Metall eine größere Anzahl Elektronen mit verhältnismäßig hohen Geschwindigkeiten, die also ohne Schwierigkeit die Austrittsarbeit E_0 von 2 bis 4,5 Volt überwinden und aus dem Metall herausfliegen können. Eine derartige Erscheinung wird tatsächlich beobachtet. Die Zahl der ausgelösten Sekundärelektronen ist natürlich der Zahl der primär auftreffenden proportional und ferner stark von der Geschwindigkeit und von der Richtung abhängig, mit der die Primärelektronen auf die Metalloberfläche auftreffen. Bei streifendem Einfall entstehen bedeutend mehr Sekundärelektronen. Bei senkrechtem Einfall dringen die Elektronen besonders bei höheren

[1]) Bei hohen Temperaturen auf das 3-fache, bei tieferen Temperaturen sogar auf das 10-fache!

Geschwindigkeiten zu tief in das Metall ein. Die getroffenen Elektronen können dann nicht mehr sogleich austreten und verlieren durch weitere Zusammenstöße bald ihre zum Austritt erforderliche große Geschwindigkeit.

Bei einer Geschwindigkeit von 10 bis 20 Volt der auftreffenden Primärelektronen wird die Auslösung von Sekundärelektronen gerade bemerklich, beträgt dann der Zahl nach etwa 5 bis 10% der Primärelektronen. Eine Geschwindigkeit von etwa 500 Volt ist die günstigste, es werden dann häufig 2 bis 3mal so viel Sekundärelektronen ausgelöst wie primär auftreffen. Bei noch höheren Geschwindigkeiten nimmt die Zahl der Sekundärelektronen im allgemeinen wieder ein wenig ab.

Man könnte erwarten, daß auch die Art des Anodenmetalls, insbesondere seine Austrittsarbeit auf die Sekundärelektronen einen ähnlich starken Einfluß habe wie auf die thermische Elektronenemission. Das ist aber nicht der Fall. Es wurde gefunden[1]), daß ein Wolframdraht, dessen thermische Emission durch Thorieren auf das 100000fache anstieg, nur 1,2mal, d. h. nur 20% mehr Sekundärelektronen lieferte als vorher. Der Grund dafür liegt in der viel höheren Eigengeschwindigkeit der Sekundärelektronen, der gegenüber eine kleine Herabsetzung der Austrittsarbeit wenig ausmacht. Die Geschwindigkeiten der Sekundärelektronen sind auch im wesentlichen nach dem Wahrscheinlichkeitsgesetz um einen mittleren Wert verteilt, der aber etwa 5 bis 15 Volt beträgt bei Primärelektronen, die mit 100 bis 1000 Volt auftreffen. (Diese mittlere Geschwindigkeit ist also stets erheblich kleiner als die der erzeugenden Primärelektronen!) Sekundärelektronen können daher praktisch gegen eine Spannung von 20 bis 40 Volt nicht mehr anlaufen. Die Austrittsarbeit von 1 bis 4,5 Volt können sie aber fast alle überwinden, so daß eine Änderung dieser Austrittsarbeit nicht so sehr viel ändert.

Bei Bariumkathodenröhren kann ein Teil des Bariumüberzuges auf Gitter und Anode hinüberverdampfen und dadurch

[1]) K. Sixtus, Diss. Dresden 1929. Ann. d. Physik V, 3. 1929.

während des Betriebes die Stärke der Sekundäremission nicht unerheblich verändern. Bild 18 zeigt ein solches Beispiel[1]). Auch bei den durch Getterwirkung evakuierten Röhren (vgl. § 2c) merkt man oft eine stärkere Sekundärelektronenemission, weil sich das stärker emittierende Gettermetall auch auf Gitter und Anode niedergeschlagen hat.

Unter „echter Reflexion" bezeichnet man Sekundärelektronen, die von langsamen Primärelektronen ausgelöst werden und die mit derselben Geschwindigkeit austreten, mit der die Primärelektronen einfallen, daher als reflektierte Primärelektronen aufgefaßt werden. Die echte Reflexion besitzt bei 6 Volt ein Maximum und wird unter 2 und über 10 Volt fast unmerklich, wird bei 10 Volt von den dann einsetzenden normalen Sekundärelektronen überdeckt. Daß es sich physikalisch um zwei verschiedenartige Vorgänge handelt, kommt darin zum Ausdruck, daß die Kennlinie und besonders ihr Differentialquotient, die Steilheitskurve, beim Übergang von echter Reflexion zu Sekundärelektronen eine Unstetigkeit in dem sonst glatten Verlauf zeigt[2]).

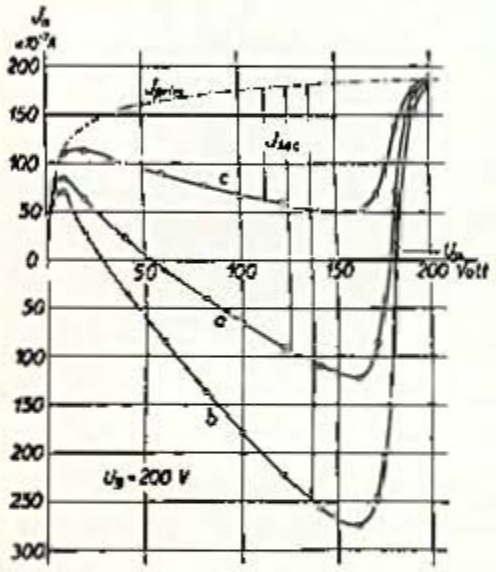


Bild 18. (J_a, U_a)-Kennlinien ein und derselben Röhre REN 1104 (Barium).
a zu Anfang,
b nach Überheizung der Kathode,
c nach wiederholter starker Überheizung der Kathode.

Bei Röhren, die nur Glühkathode und Anode erhalten, machen sich alle diese Sekundärelektronen praktisch kaum bemerkbar. Sie werden durch das von der Kathode zur Anode gerichtete elektrische Feld restlos wieder zur Anode zurückge-

[1]) K. Sixtus l. c.
[2]) Vgl. z. B. Bild 43 auf Seite 94.

trieben, da sie ja niemals die volle Geschwindigkeit der Primärelektronen besitzen, die zum Zurückfliegen zur Kathode erforderlich wäre. Sie tragen also direkt nichts zum Stromübergang zwischen Kathode und Anode bei. Indirekt üben sie nur zufolge der von ihnen verursachten zusätzlichen Raumladung einen geringen Einfluß auf die Kennlinie aus, verflachen diese.

Bei Röhren, die noch eine dritte Elektrode, das „Gitter" G enthalten (Bild 19), können die Sekundärelektronen sich aber auch direkt am Stromübergang beteiligen und verändern die Kennlinien bei höheren Spannungen fast stets nicht unwesentlich. Z. B. fliegen sie von der Anode zum Gitter herüber, wenn letzteres die gleiche oder eine höhere positive Spannung als die Anode besitzt. *Der Gitterstrom erhöht sich dann um den durch die Sekundärelektronen gebildeten Strom, während sich der Anodenstrom um ebensoviel erniedrigt.* Es kann dann der Fall eintreten, daß von der Anode ebensoviel oder gar mehr Sekundärelektronen fortfliegen, als Primärelektronen auftreffen, so daß der gesamte Anodenstrom Null oder gar negativ wird. Das letztere tritt z. B. bei dem in Bild 18 gezeichneten Fall ein, zwar nicht bei Kurve c, wo der Anodenstrom nur auf etwa $^1/_4$ seines Sollwertes absinkt, aber noch positiv bleibt, wohl aber bei Kurve a und noch stärker bei Kurve b, wo der Strom bei $U_a = 150$ Volt fast in doppelter Stärke in entgegengesetzter Richtung fließt, ein Zeichen dafür, daß jedes Primärelektron im Durchschnitt fast drei Sekundärelektronen auslöst, die von der Anode fortfliegen.

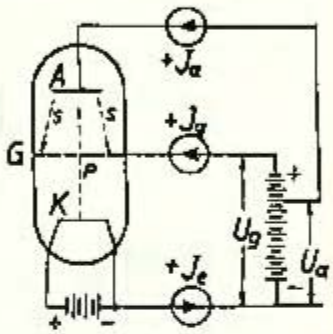


Bild 19.
p = Primärelektronen,
ss = Sekundärelektronen bei $U_g > U_a$, d. h. stark positivem Gitter.

Bild 20 zeigt das Ergebnis von Messungen an einer andern Röhre, bei denen auch der Gitterstrom mitgemessen wurde. Bei negativer Anodenspannung ist der Anodenstrom Null, der ganze Emissionsstrom geht zum Gitter. Sobald aber die Anode

positiv wird, fliegen die Elektronen zum großen Teil durchs Gitter hindurch zur Anode. Der Anodenstrom steigt stark an, der Gitterstrom sinkt ebenso stark. Von etwa 10 Volt an machen sich aber mehr und mehr die an der Anode entstehenden Sekundärelektronen bemerkbar und man erhält das überraschende Resultat, daß der Anodenstrom um so kleiner wird, je höher die Anodenspannung gemacht wird[1]). Das kommt daher, daß bei höherer Spannung zwar mehr primäre Elektronen

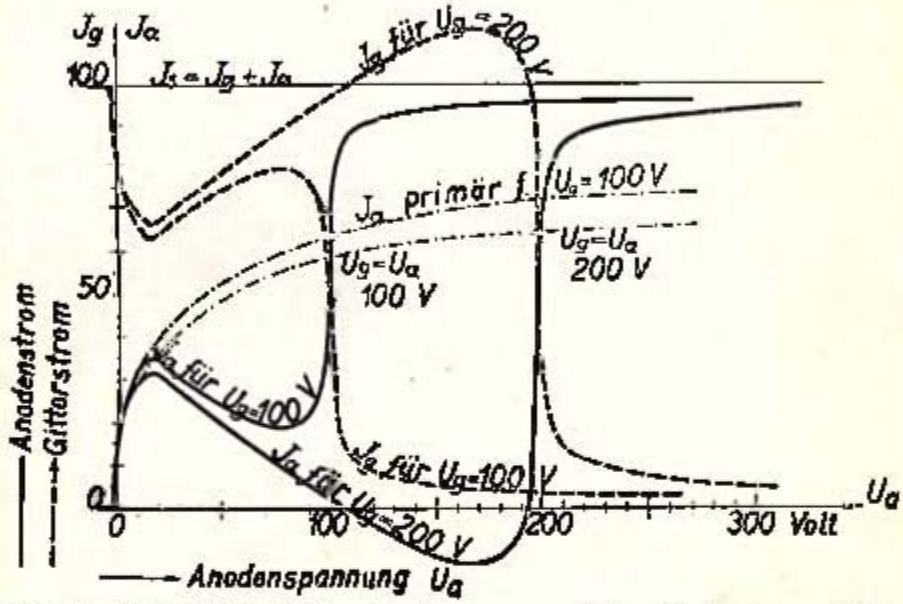


Bild 20. Einfluß der Sekundärelektronen auf den Verlauf von Gitter- und Anodenstrom in Abhängigkeit von der Anodenspannung U_a für zwei verschiedene (konstante) Gitterspannungen U_g.

auf die Anode auftreffen, diese aber nicht nur wegen der größeren Anzahl, sondern auch wegen ihrer höheren Geschwindigkeit bedeutend mehr Sekundärelektronen auslösen, die alle zu dem stärker positiven Gitter hinübergezogen werden. Der Gitterstrom steigt daher in demselben Maße an, wie der Anodenstrom abnimmt. Sobald freilich die Anodenspannung höher als die Gitterspannung wird, steigt der Anodenstrom wieder stark

[1]) Auf dieser Wirkung der Sekundärelektronen beruht das Dynatron von A. W. Hull. (Jahrb. d. drahtl. Telegr. 14, 47; 1919.) Vgl. auch Bd. II, § 21 b.

an, während der Gitterstrom gleich stark abfällt. Dann haben ja die von der Anode mit kleiner Geschwindigkeit austretenden Sekundärelektronen nicht mehr die Möglichkeit, zum Gitter hinüberzufliegen, sie werden durch das jetzt zur Anode gerichtete elektrische Feld wieder zur Anode zurückgetrieben.

Dagegen treten jetzt umgekehrt die am Gitter erzeugten Sekundärelektronen in Funktion. So lange das Gitter stärker positiv war als die Anode, konnten sie das Gitter nicht verlassen. Sobald aber die Anode stärker positiv ist, werden sie zu dieser hinüber gezogen. Dadurch wird der Anodenstrom vergrößert, der Gitterstrom um gleich viel verkleinert. Daß der Gitterstrom mancher Röhren bei Steigerung der Gitterspannung über etwa 20 Volt nicht weiter anwächst, sondern sogar abnimmt und seine Richtung umkehrt, ist eine Wirkung dieser Gittersekundärelektronen. Bei Senderöhren ist diese Erscheinung sehr gefürchtet, weil ein negativer Gitterstrom zu labilen Zuständen, dem sogenannten „Durchstoßen" oder zum Entstehen „wilder Schwingungen" führen kann. Vgl. § 11 c.

Die sowohl am Gitter als an der Anode entstehenden Sekundärelektronen bewirken, daß immer dann, wenn Sekundärelektronen stärker auftreten, d. h. bei Spannungen über etwa 50 Volt,

(25) *ein plötzliches Umwechseln des Stromes von der Anode zum Gitter eintritt, sobald die Anodenspannung kleiner als die Gitterspannung wird.*

Das ist für Röhrensender von Wichtigkeit, weil dadurch der „überspannte Zustand" eintritt. (Vgl. Bd. II § 8.)

Da die Sekundärelektronen nur mit sehr kleinen Geschwindigkeiten austreten, führen sie praktisch keine Energie mit sich fort. Die Erwärmung der Metallelektroden ist daher praktisch nur von den auftreffenden Primärelektronen abhängig. Das in § 6a genannte Gesetz (24) gilt daher nur in bezug auf den durch Primärelektronen gebildeten Strom! Meßbar ist aber nur der nach außen von den Elektroden abfließende Strom, der gleich der Summe der durch Primär- und Sekundärelektronen gebildeten Ströme ist. Wenn daher, wie

oben geschildert, der Strom bei gleichbleibenden Primärströmen infolge der geänderten Sekundärströme von der Anode zum Gitter hinüber wechselt, so wird die Wärmeentwicklung am Gitter und an der Anode dadurch gar nicht geändert! Verteilt sich der primäre Emissionsstrom gleichmäßig auf Gitter und Anode, so erwärmen sich beide gleich stark auch dann, wenn der eine meßbare Strom groß, der andere klein oder gar Null ist. Beim Dynatron kann die Anode rotglühend werden, auch wenn der Anodenstrom Null oder negativ ist, die Anodenbatterie also keine Arbeit leistet oder gar aufgeladen wird. Die Leistung wird dann der größeren, stärker positiven Gitterbatterie entnommen. Umgekehrt überrascht es oft, daß sich das Gitter von Senderröhren bei größeren Spannungen erheblich erhitzt, trotzdem doch der nach außen abfließende Gitterstrom nur sehr gering ist.

c) **Röntgenstrahlen.** Wie beim mechanischen Stoß ein kleiner Teil der Bewegungsenergie in Schallwellen umgesetzt wird, so entstehen auch beim Auftreffen der Elektronen auf die Anode elektromagnetische Wellen, „Röntgenstrahlen". Die bekannten Röntgenröhren beruhen gerade auf dieser Wirkung. Sie müssen nur mit sehr hohen Spannungen, etwa 100000 Volt, betrieben werden, um kräftige Wirkungen zu erhalten. Bei den viel kleineren Spannungen, die bei Sender- und Verstärkerröhren verwandt werden, sind dagegen diese Röntgenstrahlen so schwach und so „weich", daß sie praktisch keine Wirkungen ausüben und bei den folgenden Betrachtungen außer acht gelassen werden können.

§ 7. Einwirkung von Magnetfeldern.

Ein Magnetfeld übt auf ein ruhendes Elektron keinerlei Kraftwirkung aus, dagegen wohl auf ein bewegtes Elektron. Dieses stellt ja einen elektrischen Strom von der Stärke $i = q \cdot v$ dar, wenn q die Ladung und v die Geschwindigkeit des Elektrons bedeuten. Ein solcher Strom wird aber bekanntlich in einem Magnetfelde $\mathfrak{B}$ mit einer Kraft

(26) $$\mathfrak{P} = i\,\mathfrak{B}\sin\alpha = q \cdot v \cdot \mathfrak{B}\sin\alpha$$

senkrecht zu i und $\mathfrak{B}$ abgelenkt (Bild 21). α ist der Winkel zwischen $\mathfrak{B}$ und v. Die Kraft $\mathfrak{P}$ ist also am größten, wenn $\mathfrak{B}$ senkrecht zu v gerichtet ist. Sie ist Null, wenn $\mathfrak{B}$ in die Richtung von v fällt. Ein Magnetfeld kann nur eine Krümmung der Bahn der Elektronen, keine Geschwindigkeitsänderung hervorrufen. Es kann die kinetische Energie nicht verändern, dem Elektron keine Arbeit zuführen oder entziehen. Das ist ohne weiteres klar, weil ja z. B. das Magnetfeld von einem permanenten Magneten herrühren kann, der an einem dauernden Elektronenstrom sonst dauernd Arbeit leisten würde, was nicht möglich ist. Hieraus folgt, daß

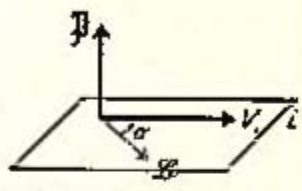


Bild 21. Zusammenhang zwischen Elektronengeschwindigkeit v, Magnetfeld $\mathfrak{B}$ und ablenkender Kraft $\mathfrak{P}$.

(27) *die Geschwindigkeit der Elektronen an jeder Stelle in der Röhre nur von dem dort herrschenden elektrischen Potential φ abhängt, also an derselben Stelle stets ebenso groß ist, ganz gleichgültig, ob ein Magnetfeld vorhanden ist oder nicht,*

es sei denn, daß infolge der durch das Magnetfeld gekrümmten Bahnen die Raumladung und dadurch das Potential an der betreffenden Stelle der Röhre geändert worden sei. Nur die Richtung der Geschwindigkeit ist eine andere und bei starken Feldern kann die Elektronenbahn ganz herumgebogen werden, so daß das Elektron wieder zur Kathode zurückfliegt. Ein solcher Fall, bei dem das Magnetfeld von der großen Heizstromstärke der Kathode herrührte, wurde schon in § 5 b besprochen. Von einem zweiten, anders gearteten Fall, dem Magnetron, wird sogleich noch die Rede sein.

Die vom Magnetfelde ausgeübten Kräfte sind recht beträchtlich. Man erkennt das am besten durch Vergleich mit der Kraft $\mathfrak{P} = q\,\mathfrak{E}$, die ein elektrisches Feld auf ein Elektron ausübt. Es ergibt sich dann bei $\alpha = 90°$ ein gleiches $\mathfrak{P}$ für

(28) $$\mathfrak{E} = v \cdot \mathfrak{B} \cdot 10^{-8}. \qquad (\mathfrak{E} \text{ in Volt/cm.})$$

Eine Geschwindigkeit von 100 Volt durchlaufener Spannung

entspricht nach Gleichung (1) in § 1 b rund $v = 6 \cdot 10^8$ cm/sec, ergibt also in einem magnetischen Felde von $\mathfrak{B} = 100$ Gauß eine gleiche Kraft, wie sie von einem elektrischen Felde $\mathfrak{E} = 6 \cdot 10^8 \cdot 100 \cdot 10^{-8} = 600$ Volt/cm hervorgerufen werden würde. Bei einer Geschwindigkeit von 1 Volt $= 0{,}6 \cdot 10^8$ cm/sec würde das gleiche Magnetfeld einem elektrischen Felde von 60 Volt/cm entsprechen. Magnetische Felder machen sich also zwar absolut bei hohen Spannungen (= Geschwindigkeiten), relativ dagegen gerade bei geringen Spannungen besonders stark bemerkbar; die Bahnen der Elektronen werden bei kleinen Geschwindigkeiten stärker gekrümmt. Dadurch wird es z. B. möglich, durch ein Magnetfeld die langsameren Sekundärelektronen zur Anode zurückzukrümmen, ohne die schnelleren Primärelektronen wesentlich in ihrer Bahn zu beeinflussen. Es gelingt so, die sekundären Elektronen von den primären zu trennen. Für den jeweiligen Krümmungsradius der Elektronenbahn ergibt sich die Formel

$$(29) \qquad \varrho = \frac{m}{q} \frac{v}{\mathfrak{B} \sin \alpha} = \frac{5{,}66 \cdot 10^{-8} V}{\mathfrak{B} \sin \alpha} = \frac{3{,}33 \sqrt{\varphi}}{\mathfrak{B} \sin \alpha} \text{ cm}.$$

Im letzten Ausdruck ist φ die nach Gleichung (1) in § 1 in Volt ausgedrückte Elektronengeschwindigkeit, d. h. das an der betreffenden Stelle herrschende elektrische Potential. Bei einer Geschwindigkeit von $\varphi = 1$ Volt erzeugt also schon das normale Magnetfeld der Erde ($\mathfrak{B} = 0{,}45$ Gauß) bei zur Geschwindigkeit senkrechter Richtung ($\alpha = 90°$) eine kreisförmige Bahn mit einem Radius von nur 7,4 cm, während ein Feld von 100 Gauß die Elektronen in Kreisen von $^1/_3$ mm Radius herumwirbeln würde. Ist der Winkel α nicht 90°, so fliegen die Elektronen nicht in geschlossenen Kreisbahnen, sondern schraubenförmig um die magnetischen Kraftlinien herum. Die Dauer eines Umlaufes

$$(30) \qquad T = \frac{2\pi\varrho}{v} = 0{,}358 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\mathfrak{B} \sin \alpha} \text{ sec}$$

ist unabhängig von der Elektronengeschwindigkeit v, nur abhängig vom Magnetfeld $\mathfrak{B}$. Im Erdfeld erhält man für $\alpha = 90°$

eine Umlaufsfrequenz $f = \frac{1}{T} = 1{,}26 \cdot 10^6$ Hertz, während ein Feld von 1000 Gauß eine Frequenz $f = 2{,}8 \cdot 10^9$ Hertz ergeben würde.

Von besonderem Interesse sind die Erscheinungen, die man an einer Röhre mit zylinderförmiger Anode und genau in der Zylinderachse liegendem geraden Heizdraht erhält, wenn man sie mit einer stromdurchflossenen Spule umgibt, dadurch also ein in der Richtung der Zylinderachse liegendes Magnetfeld erzeugt (Bild 22). Die Elektronen, die ohne Magnetfeld radial nach außen zu der Anode hinüberfliegen würden, werden durch das Magnetfeld wie in Bild 23 gezeichnet abgelenkt, erreichen

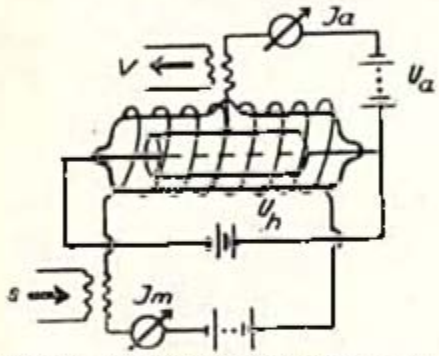


Bild 22. Schematische Anordnung des Magnetrons.

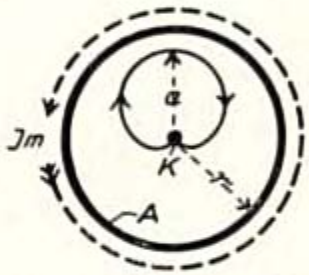


Bild 23. Elektronenbahn beim Magnetron.

einen größten Abstand a von der Kathode K und kehren dann wieder um. Für den Abstand a ergibt die Theorie

$$a = \frac{\sqrt{8\frac{m}{q}\varphi}}{\mathfrak{B}} = \frac{6{,}72}{\mathfrak{B}}\sqrt{\varphi}\ \text{Volt}. \tag{31}$$

Hierbei bedeutet φ den Spannungsabfall in der Röhre auf der Strecke a. Bei starkem Magnetfeld $\mathfrak{B}$ kehren sämtliche Elektronen um, ohne die Anode zu erreichen ($a < r$). Der Elektronenstrom ist dann vollständig gesperrt. Bei einer Schwächung des Magnetfeldes $\mathfrak{B}$ wird a größer und bei einer ganz bestimmten magnetischen Feldstärke wird $a = r$, wobei in Formel (31) $\varphi = U_a$ gleich der Anodenspannung zu setzen ist. Alle Elektronen

treffen dann auf die Anode, der Elektronenstrom steigt plötzlich auf seinen vollen Wert an und behält diesen auch bei, wenn das Magnetfeld noch kleiner wird. Bild 24 zeigt, daß diese Theorie auch experimentell sehr weitgehend als richtig befunden worden ist. Man kann also durch eine kleine Änderung des Magnetfeldes, d. h. des Stromes in der Magnetisierungsspule eine große Änderung des Anodenstromes J_a hervorrufen, ihn fast vollkommen absperren und durchlassen.

Auf dieser Wirkung beruht das Magnetron[1]). Der schwache, zu verstärkende Wechselstrom s (siehe Bild 22) wird durch die

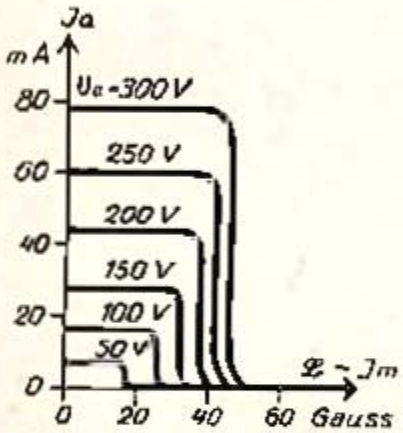


Bild 24. Steuerung des Elektronenstroms J_a durch das Magnetfeld $\mathfrak{B}$ bei verschiedenen Anodenspannungen U_a.

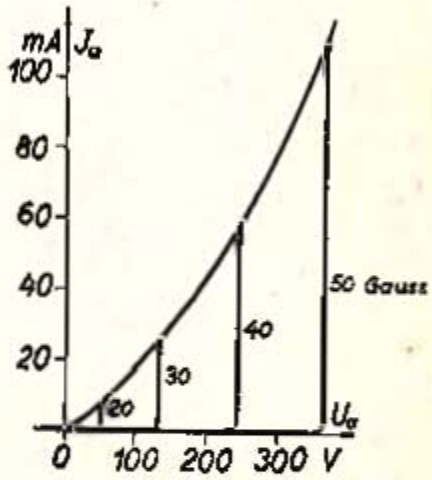


Bild 25. Kurven von Bild 24 umgezeichnet. $J_a = f(U_a)$ bei verschiedenem konstanten $\mathfrak{B}$.

Magnetisierungsspule geschickt, der verstärkte Wechselstrom v an der Anode abgenommen. Der Anodenzylinder muß zur Vermeidung von Wirbelströmen in der Längsrichtung aufgeschlitzt sein. Den in Bild 24 gezeichneten steilen Abfall der Kurven, d. h. eine wirksame Steuerwirkung erreicht man nur bei vollkommen symmetrischem Aufbau der Röhre. Man muß durch ein konstantes magnetisches Hilfsfeld dafür sorgen, daß man sich im Ruhezustande gerade an der steilsten Stelle der Kurven befindet.

[1]) Vgl. A. W. Hull, Phys. Rev. 1921; Referat im Jahrbuch der drahtlosen Telegraphie, Bd. 19, S. 209; 1922.

Ein Nachteil des Magnetrons gegenüber den normalen Röhren mit Gitterspannungssteuerung ist der Umstand, daß das Steuern, d. h. das Ändern des Magnetfeldstromes besonders bei höheren Frequenzen eine nicht unbeträchtliche Leistung erfordert, während die normale Gitterspannungssteuerung bei negativ gehaltenem Gitter vollständig leistungslos gemacht werden kann. Vgl. Teil II.

Nach Gleichung (31) kann man den Abstand a des Umkehrpunktes auch durch die Spannung φ beeinflussen. Steigert man daher die Anodenspannung U_a bei konstantem Magnetfeld, so bleibt der Strom J_a zunächst vollkommen Null und steigt dann bei einem bestimmten Wert von U_a plötzlich auf den Wert an, der nahezu der Kennlinie ohne Magnetfeld entspricht (Bild 25). Bei Röhren mit Gitter kann man so den zur Anode hinübergehenden Strom auch bei konstantem Magnetfeld durch eine geringe Änderung der Gitterspannung sehr stark ändern[1]). Doch hat diese Anordnung noch zu keinem praktischen Erfolge geführt, weil hier das Gitter positiv gemacht werden muß und dadurch die zum Steuern am Gitter erforderliche Leistung zu groß wurde.

Bei dem gewöhnlichen Magnetron können bei konstantem Magnetfeld und konstanter Anodenspannung ganz von selbst außerordentlich hochfrequente Schwingungen eintreten, deren Schwingungsdauer gleich der nach (30) berechenbaren Umlaufszeit der Elektronen in der in Bild 23 gezeichneten Kreisbahn ist. Die Elektronen schließen sich hier offenbar ganz von selbst zu einem geordneten Tanz zusammen in ähnlicher Weise, wie sie es bei den Barkhausen-Kurzschwingungen (vgl. Bd. II, § 21c) tun.

2. Röhren mit „Gitter"[2]).

§ 8. Steuerspannung.

Fast alle Röhren, Sender- wie Verstärkerröhren, besitzen außer der Glühkathode K und Anode A noch eine weitere kalte Elektrode: das „Gitter" G, das meistens aus einem zwischen

[1]) Vgl. Braunbeck, Zeitschr. für Physik, Bd. 17, Nr. 2; 1923.

[2]) Röhren mit einem Gitter, also insgesamt drei Elektronen, nennt man auch wohl „Trioden", solche mit zwei Gittern, vier Elektroden heißen dann Tetroden, mit noch einem Gitter mehr Penthoden.

Heizdraht und Anode liegenden Drahtnetz besteht, an sich aber auch eine beliebige andere Form und Anordnung haben kann.

Auf den Emissionsstrom muß dann sowohl die Gitterspannung U_g als auch die Anodenspannung U_a einen Einfluß haben. Eine angenäherte Lösung läßt sich durch folgende Überlegung gewinnen. Die elektrostatische Potentialtheorie zeigt, daß sich in der Nähe eines sehr dünnen Drahtes K stets ein allseitig radial nach außen gerichtetes elektrisches Feld (Bild 26) ausbildet. Ohne Raumladungen berechnet sich seine Stärke zu $\mathfrak{E} = \frac{2Q}{r}$, wobei Q die elektrische Aufladung der Längeneinheit des Drahtes, r der Abstand desjenigen Punktes von der Drahtachse ist, für den $\mathfrak{E}$ bestimmt werden soll. Die Feldstärke ist also in unmittelbarer Nähe des Drahtes (r sehr klein) besonders stark. Gerade hier ist aber bei einem glühenden Drahte auch der Hauptsitz der von den emittierten Elektronen herrührenden Raumladung, wie in § 5 ausgeführt wurde. Die Überwindung der Raumladungswirkung und der davon abhängige Verlauf der Kennlinie wird daher in erster Linie von dem Feld in unmittelbarer Nähe des Drahtes, d. h. von der Ladung Q abhängen, nicht von dem Verlauf des Feldes in größerer Entfernung. Von der Gestalt und Lage der Anode oder einer weiteren Elektrode wie des Gitters wird der Kennlinienverlauf hiernach nur so weit abhängen, wie dadurch die Ladung Q auf dem Heizdraht beeinflußt wird. Bei Röhren mit nur einer Anode ist nun

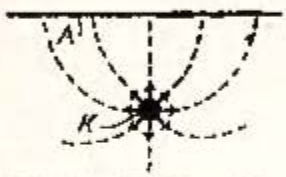


Bild 26. Feldverteilung um einen dünnen Heizdraht K.

$$Q = C \cdot U, \tag{32}$$

wobei U die Spannung und C die Kapazität der Anode gegen den Heizdraht ist. Für eine Röhre mit zwei beliebig gestalteten Elektroden G und A neben K gilt nach einem bekannten Satz der Elektrostatik, freilich wie vorher ohne Berücksichtigung der Raumladungen, sonst aber ganz allgemein

$$Q = C_g \cdot U_g + C_a \cdot U_a, \tag{33}$$

wobei C_g und C_a die Teilkapazitäten und U_g und U_a die Spannungen der Elektroden G und A gegen den Heizdraht sind. Die von U_g und U_a herrührenden elektrischen Felder überlagern sich linear übereinander, ohne sich gegenseitig zu beeinflussen. Schreibt man (33) in der Form

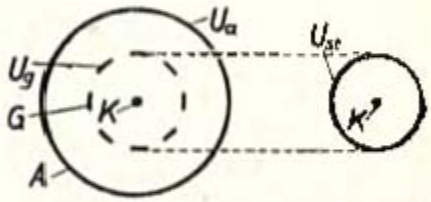
$$Q = C_g (U_g + D \cdot U_a) = C_g \cdot U_{st}, \tag{34}$$

wobei gesetzt ist

$$C_a/C_g = D = \text{„Durchgriff“} \tag{35}$$

$$U_g + D \cdot U_a = U_{st} = \text{„Steuerspannung“} \tag{36}$$

und vergleicht (34) mit (32), so erkennt man, daß Q und damit der von Q abhängige Emissionsstrom J_e von der Steuerspannung U_{st} in gleicher Weise beeinflußt wird, wie früher von der Spannung U. Die Formeln (32) und (34) unterscheiden sich nur dadurch, daß in ersterer C_i die Kapazität zwischen Heizdraht und einziger Anode, in letzterer C_g, die Teilkapazität zwischen Heizdraht und Gitter steht. Beide sind auch dann nicht ganz gleich, wenn das Gitter im zweiten Falle genau den Platz einnimmt, den die Anode im ersten Falle hat. Es ist dann immer C_g etwas kleiner. Liegt wie bei der normalen Anordnung die Anode hinter dem Gitter, deckt sie also gewissermaßen die Löcher im Gitter zu (Bild 27), so ist angenähert



a) Gitterröhre im Schnitt. b) Gitterlose Ersatzröhre.

Bild 27.

$$C = C_g + C_a \tag{37}$$

oder wegen (35)

$$C/C_g = 1 + D.$$

Bei kleinem Durchgriff D ist also der Unterschied zwischen C und C_g gering.

Man kann hiernach eine Röhre mit Gitter und Anode in bezug auf den Emissionsstrom ersetzen durch eine Röhre mit nur einer Anode, die an der Stelle des Gitters liegt und

deren Spannung gleich der „Steuerspannung" $U_{st} = U_g + DU_a$

(38) *(multipliziert mit* $C_g/C \approx \frac{1}{1+D} \approx 1$*) ist. Dabei ist es ganz gleichgültig, wie sich die Steuerspannung im einzelnen aus der Gitter- und Anodenspannung zusammensetzt.*

Man erhält z. B. ganz denselben Emissionsstrom, wenn man die Gitterspannung um einen beliebigen Betrag, sagen wir A Volt erhöht und die Anodenspannung gleichzeitig um $\frac{1}{D}$ A Volt erniedrigt, da dadurch zusammen die Steuerspannung nicht geändert wird.

Diese einfache Näherungsregel findet sich erfreulicher Weise auch experimentell weitgehend bestätigt. Die ganzen früheren Betrachtungen über die Röhre mit einer Anode lassen sich daher unter Zuhilfenahme der Steuerspannung ohne weiteres auf die Gitterröhren übertragen! Man erhält also wieder Kennlinien gemäß der theoretischen Raumladungsformel (16)

(39) $$J_a = K' U_{st}^{3/2} = K' (U_g + D \cdot U_a)^{3/2}$$

$$K' = K \left(\frac{C_g}{C}\right)^{3/2} \approx \frac{K}{(1+D)^{3/2}} \approx K$$

(gültig für $0 > U_{st} > U_s$).

Für die zylindrische Anordnung wird wieder $K = 1{,}46 \cdot 10^{-5} \frac{1}{r}$, wobei jetzt r der Abstand des Gitters vom Heizdraht ist. Die Formel gilt wieder nur so lange, wie die Steuerspannung U_{st} größer als Null ist, und kleiner als die Sättigungsspannung U_s bleibt. Wird U_{st} größer als U_s, so wird $J_a = J_s =$ dem Sättigungsstrom, nahezu unabhängig von der Höhe der Spannungen, nur abhängig von der Heizung des Heizdrahtes. Wird U_{st} Null oder negativ, so nimmt J_a gemäß dem Anlaufstromgesetz sehr rasch auf Null ab (vgl. § 4). Auch die in § 5b erörterten Abweichungen von dem theoretischen Verlauf der Kennlinie treten hier genau so ein.

Ändert man die Steuerspannung nur durch Änderung der Gitterspannung, d. h. nimmt man die Abhängigkeit des Emissions-

stromes von der Gitterspannung bei konstanter Anodenspannung auf, so muß die Kennlinie gemäß Satz (38) formgetreu um $D \cdot U_a$ gegenüber ihrer Lage beim Fehlen der Anodenspannung verschoben werden. Man bezeichnet daher zweckmäßig

(40) $D \cdot U_a$ als „Verschiebungsspannung".

Für $U_g = D U_a$ wird $U_{st} = 0$, d. h. die Kennlinie fängt bei $U_g = -D \cdot U_a$ an, sich von der Nullinie zu erheben, z. B. bei $D = 10\,\%$ und $U_a'' = 100$ Volt bei $U_g = -10$ Volt (Bild 28). Man

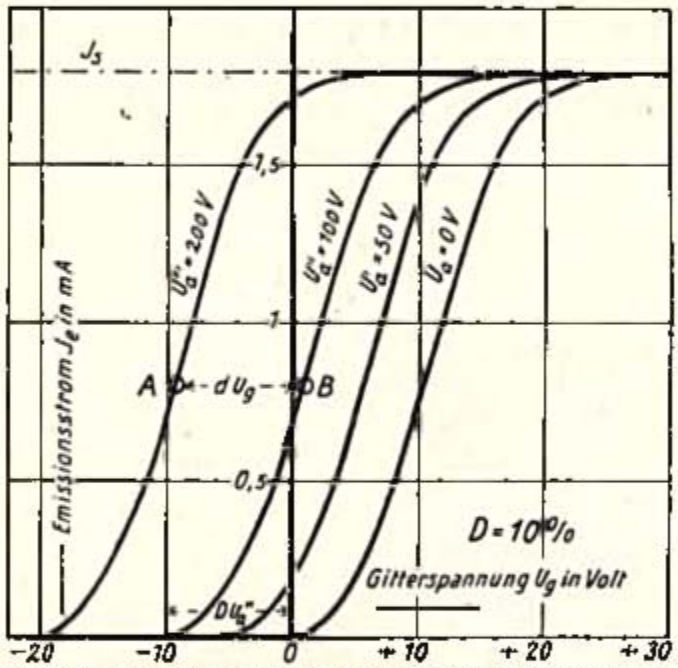


Bild 28. Kennlinienschar einer alten Verstärkerröhre. (Bild 58.)

kann daher aus der Verschiebung dieses Anfangspunktes der Kennlinie gegenüber dem Nullpunkt unmittelbar die Verschiebungsspannung und daraus bei bekanntem Durchgriff die bei der Aufnahme der Kennlinie verwandte Anodenspannung ablesen, oder bei bekannter Anodenspannung den Durchgriff berechnen. Bei einer höheren Anodenspannung U_a''' verschiebt sich die Kennlinie immer weiter parallel mit sich selbst nach links (Bild 28). Zur Bestimmung des Durchgriffs mißt man zweckmäßig die Größe dieser Verschiebung dU_g bei einer Änderung

der Anodenspannung um dU_a nicht auf der Nullinie, auf der man unscharfe Schnittpunkte erhält, sondern an einer möglichst steilen Stelle der Kennlinie. Natürlich braucht man nicht die ganzen Kennlinien aufzunehmen, es genügt schon die Kenntnis der beiden Punkte A und B, d. h. der Änderung der Gitterspannung $\overline{AB} = dU_g$, die erforderlich ist, um bei einer Änderung der Anodenspannung um $U_a'' - U_a' = dU_a$ den gleichen Emissionsstrom J_e wieder herzustellen. Es ist dann

$$D = -\left(\frac{dU_g}{dU_a}\right)_{J_e}, \tag{41}$$

wobei der Index J_e andeuten soll, daß die Änderungen von U_g und U_a zusammen keine Änderung von J_e bewirken dürfen. In Bild 28 ist z. B. $\overline{AB} = dU_g = 10$ Volt bei $dU_a = 200 - 100 = 100$ Volt, also

$$D = \frac{10}{100} = 0{,}1 = 10\%.$$

Nimmt man die (J_e, U_a)-Kennlinie, d. h. die Abhängigkeit des Emissionsstromes von der Anodenspannung bei konstanter Gitterspannung auf, so erhält man Kennlinien von genau derselben Form wie in Bild 28 nur mit einem im Verhältnis 1 : D vergrößerten Maßstabe für die Spannung. Auch diese Kennlinien verschieben sich formgetreu um so mehr nach links, je höher die konstante Gitterspannung gewählt wird. Eine Änderung dU_g ergibt hier eine Verschiebung $dU_a = -\frac{1}{D}U_g$. Man kann natürlich auch aus ihnen den Durchgriff D bestimmen. Ihre reziproke Neigung ergibt ferner den „inneren Widerstand" R_i, während die der (J_e, U_g)-Kennlinie gleich der „Steilheit" S ist. (Vgl. § 10 u. 11.) Es ist gebräuchlicher, die (J_e, U_g)-Kennlinien aufzunehmen, da sie unmittelbar die steuernde Wirkung der Gitterspannung ergeben, auf die es meist besonders ankommt.

Bei Aufnahme dieser (J_e, U_g)-Kennlinien findet man für verschiedenes U_a zuweilen neben der Verschiebung auch eine geringe Deformation der Kurven, ein Zeichen dafür, daß der Durchgriff nicht vollkommen konstant ist. Meist wird der Abstand zweier Kurven, also auch der Durchgriff, nach unten hin

bei kleinen Stromstärken etwas größer, besonders in der Nähe der Nullinie selbst. Bild 29 zeigt z. B. die Kennlinienschar einer *2-Platten-Röhre*, bei der diese Erscheinung außergewöhnlich stark hervortritt. Die Kurven verlaufen besonders bei hoher Anodenspannung nach unten zu viel flacher, es sind viel größere negative Spannungen am „Gitter" erforderlich, um den Strom zu Null zu machen. Der Durchgriff ergibt sich oben zu 35% und wächst unten auf über 50%. Der Abstand d_g des Heizdrahtes vom „Gitter" war nur 0,5 mm. Bei schwachem Strom, also starker Raumladungswirkung reicht die letztere zweifellos bis an das Gitter heran. Die Annahme eines im Bereich der Raumladungen nach allen Seiten gleichmäßigen

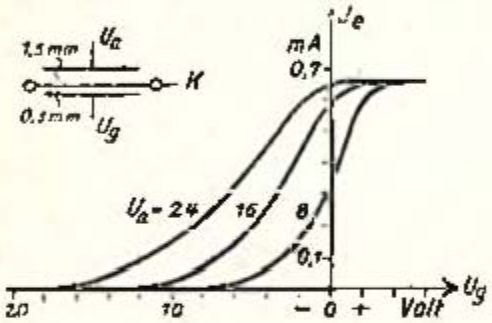


Bild 29. Kennlinienschar einer Zweiplattenröhre.

Bild 30. Zweiplattenröhre im Schnitt.

elektrischen Feldes (Bild 26), das nur von der Ladung Q des Heizdrahtes herrührt, die zu dem Satz (15) führte, ist dann also nicht mehr erfüllt. — Der Abstand d_a zur Anode war 1,5 mm, woraus sich nach (44) in § 9 $D = d_g/d_a = 0{,}5/1{,}5 = 33\%$ berechnet. Im oberen Teil, bei stärkeren Strömen, wo sich die Raumladungswirkungen mehr auf die unmittelbare Nähe des Heizdrahtes zusammenziehen, stimmt die Theorie also gut.

Es überrascht bei dieser Anordnung zunächst, daß man den Elektronenstrom vom Heizdraht zur Anode durch eine auf der anderen Seite liegende Platte G vollständig steuern und sogar ganz abdrosseln kann. Man findet oft die Vorstellung vertreten, daß die negativ geladene Platte G die Elektronen vom Heizdraht forttreiben, also den Emissionsstrom zur Platte A vergrößern sollte,

je stärker negativ sie gemacht würde. Das ist, wie man sieht, gänzlich falsch! Der Strom wird stets um so kleiner, je stärker negativ U_g gemacht wird und hört bald ganz auf. Daher ist auch bei Hochvakuumgleichrichtern die bei gasgefüllten Gleichrichtern normale Anordnung (Bild 31), bei der mit einer Röhre beide Phasen des Wechselstromes gleichgerichtet werden, nicht anwendbar. Bei symmetrischer Anordnung wäre $D = 1$ und die Steuerspannung $E_{st} = E_g + E_a$ gleich Null, wenn die eine Elektrode ebenso stark negativ wäre, wie die andere positiv. Bei Gleichrichterbetrieb ist sie in Wirklichkeit aber sogar wesentlich stärker negativ. Man erhält dann also überhaupt keinen Strom. Es sind mit dieser falschen Anordnung schon manche vergebliche Versuche angestellt worden. Bei den neuerdings viel verwandten gasgefüllten Gleichrichterröhren kann man dagegen die Anordnung gemäß Bild 31 ohne weiteres anwenden, weil dort die Raumladungen durch die positiven Gasionen neutralisiert werden und überhaupt infolge der Ionenbildung durch Stoßionisation ganz andere Gesetze gelten.

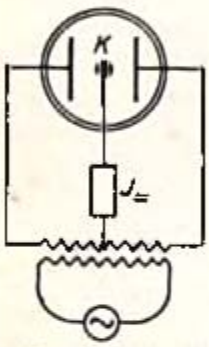


Bild 31. Falsche Hochvakuum-Gleichrichteranordnung.

Bei Hochvakuumröhren kann man das Gitter sogar ganz außerhalb der Röhre anbringen, so daß das steuernde elektrische Feld von außen durch die Glaswand der Röhre hindurch auf die Kathode einwirkt. Diese an sich schon lange bekannte Tatsache ist neuerdings auch technisch in den „*Außengitterröhren*" verwirklicht worden. Bild 32 zeigt eine solche im Schnitt. Das „Gitter" G wird durch einen außen auf die Glaswand aufgespritzten Metallüberzug gebildet. Um die Steuerwirkung des Gitters möglichst groß zu machen, muß der Abstand des Heizdrahtes H_1 von der Glaswand möglichst klein sein. Der Durchgriff kann durch den Durchmesser oder die Entfernung der Anode von der Kathode verändert werden. Bei positivem Gitter können die Elektronen natürlich nicht zu dem außen liegenden Gitter selbst hingelangen, sondern prallen auf

die Glaswand und laden diese negativ, heben dadurch die positive Ladung des Außengitters in kürzester Zeit auf. Das Außengitter hat dieselbe Funktion wie ein Innengitter, dessen Zuleitung durch einen Kondensator gegen Gleichstrom blockiert ist (Andionschaltung). Für Wechselspannungen ist dieser Kondensator durchlässig, für alle negativen Spannungen sogar ganz unwirksam, da ja bei negativen Spannungen die Elektronen abgestoßen werden, die Glaswand nicht treffen. Man kann hier nur keinen „Gitter-Ableitewiderstand" anbringen, es sei denn, daß man schwach leitendes Glas verwendet. Man hilft sich dadurch, daß man absichtlich ein schlechtes Vakuum verwendet. Die positiven Gasionen können dann die negativen Elektronenladungen der Glaswand kompensieren. Diese Fragen sind ausführlich in Teil IIc besprochen.

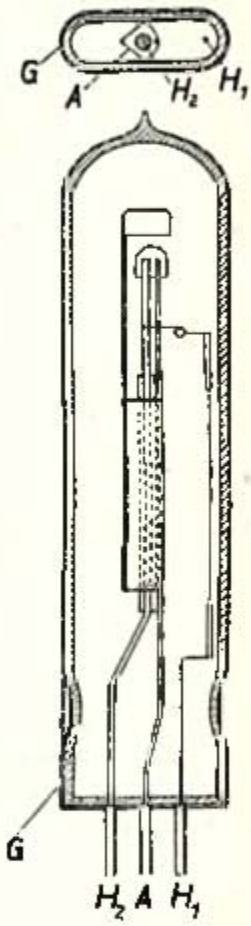


Bild 32.
Außengitter-Röhre.

Besteht das Gitter aus Drähten, die senkrecht zum Heizdraht verlaufen, z. B. aus einer den Heizdraht umgebenden Spirale (Bild 33 und 34 vergrößert im Schnitt), und sind die Gitterzwischenräume groß und der Abstand vom Heizdraht klein, so ist die Annahme einer gleichmäßig über die ganze Heizdrahtlänge verteilten Ladung Q nicht mehr erfüllt. Es bildet sich eine ungleichförmige Feldverteilung längs des Heizdrahtes aus. Die Gitterdrähte schirmen das Feld der Anode viel stärker in den unter ihnen liegenden Teilen b des Heizdrahtes ab, als in den unter den Zwischenräumen liegenden a. Bei positiver Anode und negativem Gitter wird daher in den letzteren der Stromanstieg früher beginnen, aber auch früher Sättigung eintreten, als in den von den Gitterdrähten beschatteten Teilen b. In dem in Bild 34 gezeichneten Falle herrscht z. B. in den Teilen a

um den Heizdraht K ein positives Potentialgefälle, die Elektronen werden dort in der Pfeilrichtung nach außen getrieben. In den Teilen b sind die K benachbarten Potentiallinien dagegen negativ, es bilden sich dort „Inseln" auf dem Heizdraht aus, von denen aus keine Emission von Elektronen stattfindet. Daher bezeichnet man diese Erscheinung als „*Inselbildung*". Die Folge dieser Inselbildung ist, daß der Durchgriff bei kleineren Stromstärken etwas größer wird. Bei hohen positiven Anodenspannungen U_a braucht man etwas größere negative Gitterspannungen als $D \cdot U_a$ (D aus dem oberen Teile der Kennlinie entnommen), um den Strom ganz auf Null zu bringen, d. h. um den Anodeneinfluß auch in den nicht den Gitterdrähten benachbarten Teilen b des Heizdrahtes ganz aufzuheben.

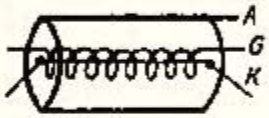


Bild 33. Zylindrische Röhre mit Spiraldraht-Gitter.

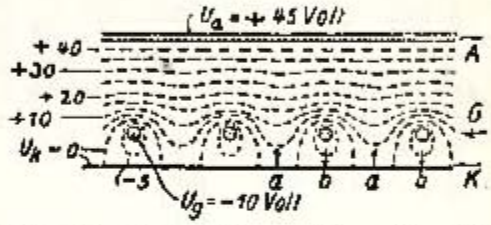


Bild 34. Potentialverteilung (Inselbildung) bei weitmaschigem Gitter.

Diese Erscheinung tritt noch wesentlich stärker hervor, wenn die Heizfäden mit ihren Enden über das Gitter hinausragen, diese hervorstehenden Enden also vom Gitter nur sehr wenig beeinflußt werden. Die Kennlinie verläuft dann ganz normal gemäß dem Raumladungsgesetz bis auf den untersten Teil, der sich weit bis zu negativen Gitterspannungen hinaus erstreckt. Bild 35 zeigt ein solches Beispiel. Außer den beiden Kennlinien $I_a = f(U_g)$ für $U_a = 100$ und 190 Volt sind hier auch die zugehörigen Steilheits- und Durchgriffskurven eingezeichnet, wobei S und D für jeden Punkt der Kennlinie nach der in § 10b beschriebenen Weise mit Wechselstrom gemessen worden sind. Man erkennt deutlich, wie im ganzen oberen Bereich etwa oberhalb $I_a = 2$ mA, alles normal verläuft. Die Steilheitskurven entsprechen denen im Bild 17, der Durchgriff ist nahezu

konstant gleich 9,5%. Diesem Durchgriff gemäß sollten die Kennlinien ebenso wie die Steilheitskurven für $U_a = 100$ Volt bei $U_g = -9{,}5$ Volt in die Abszissenachse einlaufen, desgleichen für $U_a = 190$ Volt bei $U_g = -18$ Volt. Statt dessen verlaufen sie aber noch ein ganzes Stück nach links weiter. Gerade an denselben

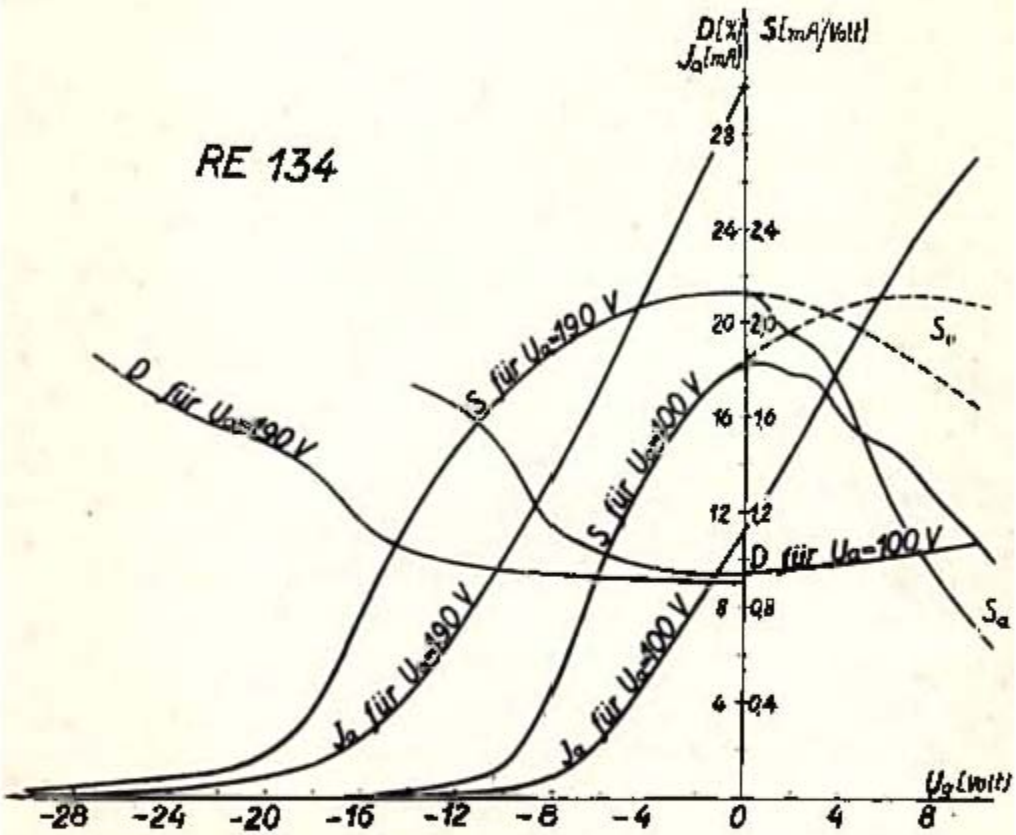


Bild 35. S und D mit Wechselstrom gemessen, für verschiedene Arbeitspunkte (U_g, U_a). Letztere aus den mit eingezeichneten Kennlinien $J_a = f(U_g)_{U_a}$ erkenntlich. Röhre RE 134.

Stellen fangen auch die Durchgriffslinien an, nach oben umzubiegen. Die Röhre verhält sich wie eine Parallelschaltung zweier Röhren mit verschiedenem Durchgriff. Der ganze mittlere, vom Gitter abgeschirmte Teil des Heizdrahtes bildet die eine Röhre mit kleinem Durchgriff, die praktisch allein den oberen Teil der Kennlinie bestimmt; dagegen bilden die nicht oder nur wenig abgeschirmten Enden des Heizdrahts die andere Röhre mit

großem Durchgriff. Die letztere hat eine so geringe Emission, daß sie nur dann wirksam wird, wenn der Strom der ersten Röhre infolge einer negativen Gitterspannung Null geworden ist. — Man kann diese „Inselbildung im weiteren Sinne" auch absichtlich hervorrufen und der Kennlinie einer Röhre durch ein Gitter mit verschieden großen Löchern oder verschieden großen Abständen vom Heizdraht eine ganz bestimmte Form z. B. einen exponentiellen Verlauf erteilen[1]). Das ist für manche Anwendungsgebiete von Wichtigkeit.

§ 9. Durchgriff.

(42) *Der Durchgriff D ist das Maß dafür, wievielmal schwächer die Anodenspannung auf den Emissionsstrom einwirkt als die Gitterspannung.*

$D = 0{,}05 = 5\%$ bedeutet z. B., daß eine Änderung von U_a um 100 Volt nur ebensoviel ausmacht, wie eine Änderung von U_g um 5 Volt. Der Name ist gewählt, weil bei der üblichen Anordnung, bei der das Gitter zwischen Anode und Heizdraht liegt, die Schwächung des Anodeneinflusses hauptsächlich durch die elektrostatische Schirmwirkung des dazwischenliegenden Gitters hervorgerufen wird, die Anodenspannung gewissermaßen durch die Gitterlöcher durchgreifen muß, um eine Wirkung auf den Heizdraht ausüben zu können. Doch ist die Definition des Durchgriffes von dieser räumlichen Anordnung ganz unabhängig, gilt z. B. auch dann, wenn das Gitter durch eine Platte auf der entgegengesetzten Seite des Heizdrahtes oder sogar durch einen außerhalb der Röhre liegenden Metallüberzug gebildet wird (vgl. § 8). Auch in diesen Fällen hat sowohl die Gitterspannung als auch die Anodenspannung einen steuernden Einfluß auf den Emissionsstrom, und das Verhältnis dieser beiden Einflüsse ist der Durchgriff.

Wie in § 8 ausgeführt wurde, ist unter Vernachlässigung der Raumladungen die Verteilung der elektrischen Felder ein rein elektrostatisches Problem. Die Einwirkung von Gitter und Anode

[1]) Ballantine and Snow, Proc. Inst. Eng. 18, 2102; 1930.

auf den Heizdraht wird elektrostatisch durch den Begriff der Teilkapazitäten C_g und C_a gegen den Heizdraht dargestellt. Das Verhältnis dieser Einwirkungen $\frac{C_a}{C_g}$ ist der Durchgriff D.

Die Teilkapazitäten C_g und C_a lassen sich grundsätzlich nach bekannten Methoden unmittelbar messen. Sie sind aber so klein, etwa 2 und 0,2 cm, daß der Einfluß der Zuleitungen und der Sockelkapazitäten, die hier nicht mit gemessen werden dürfen, schwer auszuschalten ist. In einfachen Fällen können C_g und C_a und damit auch D nach den Gesetzen der Potentialtheorie *berechnet* werden. Es sei nur hervorgehoben, daß hierfür nicht die normalen Formeln für zwei Elektroden angewandt werden dürfen. Die Gitterkapazität C_g gegen den Heizdraht ist auch von der Lage der Anode abhängig, ebenso wie natürlich C_a von der Lage und Art des Gitters abhängt, und z. B. durch die Schirmwirkung des Gitters meist stark verkleinert wird. Für eine zylindrische Anordnung entsprechend Bild 27 mit einem stegförmigen Gitter (n kreisförmig im Abstand g um den Heizdraht angeordnete Stege vom Durchmesser 2c) und einer röhrenförmigen Anode (Röhrendurchmesser 2a, Heizdraht vom Durchmesser 2k in der Achse ausgespannt) ergibt sich angenähert

$$C_g = \frac{1}{2(\ln g/k + D \ln a/k)};$$

$$C_a = \frac{1}{2(\ln a/k + 1/D \ln g/k)}; \tag{43}$$

$$D = \frac{1}{n}\frac{\ln g/nc}{\ln a/g} = \frac{C_a}{C_g} \text{ gültig für } c \ll \frac{2\pi g}{n} \ll (a - g).$$

Man sieht, daß auch C_g vom Anodenhalbmesser a abhängt. $1/2 \cdot \ln g/k$ wäre die Kapazität eines Vollzylinders an der Stelle des Gitters ($D = 0$). Das ist die Kapazität C der „Ersatzröhre" nach (38). Man sieht, daß die dortige Formel $C/C_g \approx 1 + D$ so weit gültig ist, wie $\ln g/k \approx \ln a/k$ gesetzt werden kann. Da der Heizdrahtradius k sehr klein gegen g und gegen a ist, ist das angenähert der Fall. $1/2 \cdot \ln a/k$ wäre die Kapazität zwischen Anode und Heizdraht bei fehlendem Gitter ($c = 0$; $D = \infty$).

Für $a = \infty$, $g = \infty$ und $n = \infty$ geht die zylindrische Anordnung in die ebene Anordnung von Bild 36 über. Es wird $d = \frac{2\pi g}{n}$ der Abstand der Gitterdrähte und $h = g \ln \frac{a}{g} = a - g$ der Abstand der Anode vom Gitter. Man erhält somit aus (43)

$$D = \frac{d}{2\pi h} \ln \frac{d}{2\pi c} \quad \text{(gültig für } c \ll d \ll h\text{).} \tag{44}$$

Abstand und Durchmesser des Heizdrahtes gehen in diese Formel gar nicht ein, machen also in erster Annäherung auf den Durchgriff nichts aus. Man kann daher die Formel auch auf den Fall anwenden, daß mehrere Heizdrähte hinter dem Gitter ausgespannt sind. Die Berechnung nach (44) stimmt mit den Messungen an solchen flachgebauten Röhren gut überein (vgl § 13).

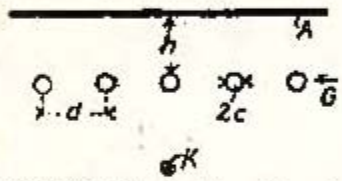


Bild 36. Flachgitterröhre im Schnitt.

Man kann hier den Durchgriff D leicht beliebig klein machen, weil das zwischen Anode und Heizdraht liegende Gitter die Wirkung der Anodenspannung auf den Heizdraht abschirmt, und zwar um so mehr, je kleiner die Löcher d des Gitters im Verhältnis zum Abstand h der Anode vom Gitter sind. Die Dicke 2c der Gitterstege macht nur wenig aus, geht nur logarithmisch ein.

Für die 2-Plattenröhre (Bild 30), bei der das „Gitter" und die Anode aus je einer ebenen Platte auf der einen und der anderen Seite des Heizdrahtes bestehen, sind die Teilkapazitäten C_g und C_a um so größer, je kleiner der Abstand d_g bzw. d_a der betreffenden Platte vom Heizdraht ist. Ihr Verhältnis C_a/C_g ist einfach den Abständen umgekehrt proportional. Das heißt, es ist:

$$D = \frac{C_a}{C_g} = \frac{d_g}{d_a}. \tag{45}$$

In § 8 wurde schon gezeigt, daß diese Formel mit den Messungen gut übereinstimmt, solange die in der Theorie vernachlässigten Raumladungen keine Störungen hervorrufen. Man wird

den Abstand d_g der Gitterplatte möglichst klein (0,5 mm) wählen, damit die Steuerwirkung des Gitters recht groß wird. Durch geeignete Wahl des Abstandes d_a kann man dann den Einfluß der Anode und damit den Durchgriff beliebig groß oder klein machen. Auf sehr kleine Werte kommt man aber schwer herunter. Um z. B. $D = 1\,\%$ zu erreichen, müßte man schon $d_a = 100\, d_g$ machen, also $= 5$ cm, selbst wenn d_g nur 0,5 mm ist. Für die Außengitterröhre (vgl. Bild 32 in § 8) spielen die Abstände des Heizdrahtes zur Glaswand und zur Anode eine ähnliche Rolle. Man kann hier den Einfluß der Anode und damit den Durchgriff dadurch verkleinern, daß man die Anodenfläche verkleinert und die Röhre flacher baut, den Kraftlinienfluß von der Anode zum Heizdraht erschwert.

Die *Messung des Durchgriffs* erfolgt im allgemeinen durch Aufnahme der $(J_a\, U_g)$-Kennlinien für verschiedene konstante Anodenspannungen U_a. Die Verschiebung der Kennlinien um $D \cdot U_a$ bezogen auf den Maßstab von U_g liefert dann bei bekanntem U_a den Durchgriff D, wie schon in § 8 im Anschluß an Bild 28 ausgeführt wurde.

Die Größe und Konstanz des Durchgriffs kann man aber noch besser aus den „Durchgriffslinien" $U_a = f(U_g)_J$, erkennen, die angeben, welche Anodenspannungen U_a man in Abhängigkeit von der Gitterspannung U_g anwenden muß, um eine bestimmte konstante Stromstärke J_a zu erhalten. Bild 37 zeigt eine solche Schar von Durchgriffslinien für die Stromstärken $J_a = 0$; 0,4 ... 2,0 mA als Parameter. Es sind hier gleichzeitig für die beiden Anodenspannungen $U_a = 50$ und 100 Volt die Kennlinien $J_a = f(U_g)$ gestrichelt eingezeichnet, um den Zusammenhang mit diesen zu zeigen. Diese Kennlinien haben beispielsweise bei den Punkten p_1 und p_2 die Stromstärke 0,4 mA. Senkrecht über diesen Punkten muß daher die Durchgriffslinie für $J_a = 0{,}4$ mA in einer Höhe $U_a = 100$ bzw. 50 Volt geschnitten werden (Punkte q_1, q_2 in Bild 37). Der Durchgriff $D = -\left(\frac{dU_a}{dU_g}\right)_J$ ist gleich der Neigung der Durchgriffslinien. Der geradlinige Verlauf dieser Linien zeigt, daß der Durchgriff tatsächlich für

eine bestimmte Stromstärke sehr genau konstant ist. Dagegen ergeben die Messungen fast immer, daß der Durchgriff sich etwas mit der Stromstärke ändert, besonders bei kleinen Stromstärken bis zur Stromstärke 0 hin um etwa 10—20% zunimmt. In Bild 37 ergibt sich aus der nicht ganz gleichen Neigung der Durchgriffslinien eine Zunahme von dem normalen Wert $D = 8{,}6\%$ für $J_a \geqq 0{,}8$ mA auf $D = 9{,}1\%$ bei $J_a = 0{,}4$ mA und auf $D = 10\%$ bei $J_a = 0$ mA, d. h. eine Zunahme um 16%. Das

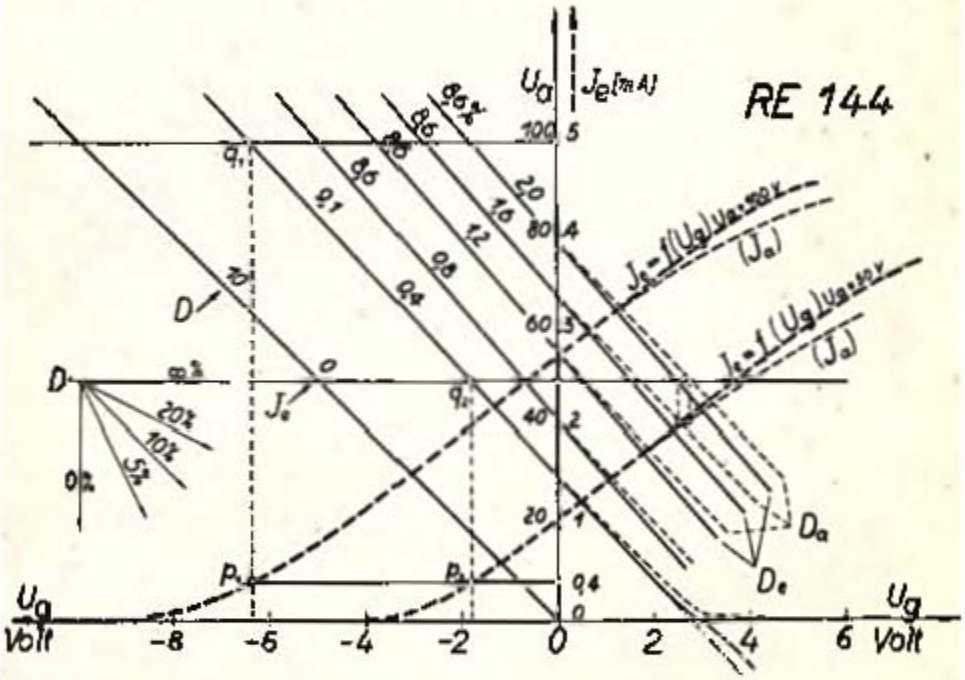


Bild 37. Durchgriffslinien.

ist nach der oben angegebenen elektrostatischen Theorie des Durchgriffs nicht anders zu erwarten, weil nach dieser ja ein konstanter Durchgriff nur bei Vernachlässigung der Raumladungen herauskommt, die Raumladung die Verteilung des elektrischen Feldes aber stark verändern (vgl. Bild 10 in § 5a). Die große Konstanz von D für eine bestimmte konstante Stromstärke, die Geradlinigkeit der Durchgriffslinien rührt daher, daß gleiche Stromstärke ein Kennzeichen für nahezu gleiche Raumladungen in der Umgebung der Kathode ist.

Bei positiven Gitterspannungen U_g tritt ein Gitterstrom ein, der Anodenstrom J_a wird um den Gitterstrom schwächer als der Emissionsstrom J_e. Man muß dann den Durchgriff D_e, bezogen auf konstanten Emissionsstrom, und D_a, bezogen auf konstanten Anodenstrom, unterscheiden. Der letztere ist etwas größer, die $(J_a\,U)_g$-Kennlinien sind weiter nach rechts verschoben als die $(J_e\,U_g)$-Kennlinien. Daher verlaufen auch die D_a-Linien etwas flacher, biegen von $U_g = 0$ an etwas nach oben ab, während die D_e-Linien geradlinig weiterlaufen. Vgl. Bild 37 rechts, wo auch für J_a bzw. $J_e = 2$ mA wieder der Zusammenhang mit den Kennlinien für $U_a = 50$ Volt durch die kurzen senkrechten Verbindungsstriche angedeutet ist.

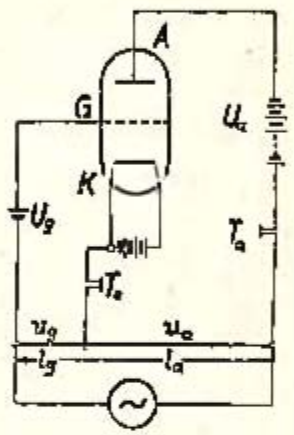


Bild 38. Messung des Durchgriffs D mit Wechselstrom.

Dort, wo die D-Linien die U_g-Achse schneiden, wo also U_a von positiven zu negativen Werten übergeht, tritt eine gewisse Unregelmäßigkeit auf. Diese rührt daher, daß hier der Emissionsstrom, der bei positivem U_a hauptsächlich zur Anode geht, plötzlich ganz zum Gitter hinüberwechselt. Denn bei negativem U_a ist J_a vollständig Null (vgl. Satz 56 in § 11 a). Die D_a-Linie kann daher überhaupt nicht unter die Nullinie heruntersinken. Um einen bestimmten Strom J_a aufrechtzuerhalten, muß stets U_a ein wenig positiv bleiben. Aber auch die D_e-Linie zeigt Unregelmäßigkeiten. Diese haben ihren Grund darin, daß die den Gitterstrom bildenden Elektronen zum größeren Teil mehrmals um das Gitter hin- und herpendeln, ehe sie es treffen. Dadurch wird die Raumladung vergrößert, es ist ein größeres U_g erforderlich, um einen bestimmten Strom $J_a = J_g$ aufrechtzuerhalten. In Bild 37 ist dies für $J_e = 0{,}4$ mA angedeutet.

Man kann den Durchgriff D auch mit Wechselstrom messen, indem man gleichzeitig an Gitter und Anode Wechselspannungen von entgegengesetztem Vorzeichen und veränderlicher Größe anlegt, etwa durch Abzweigen über einen vom Wechselstrom durchflossenen Schleifdraht (Bild 38). Man ändert

so lange, bis sich die Wirkungen der beiden Wechselspannungen u_g und u_a aufheben, d. h. bis der Wechselstrom i_e null wird, ein eingeschaltetes Telephon T_e schweigt. Dann ist

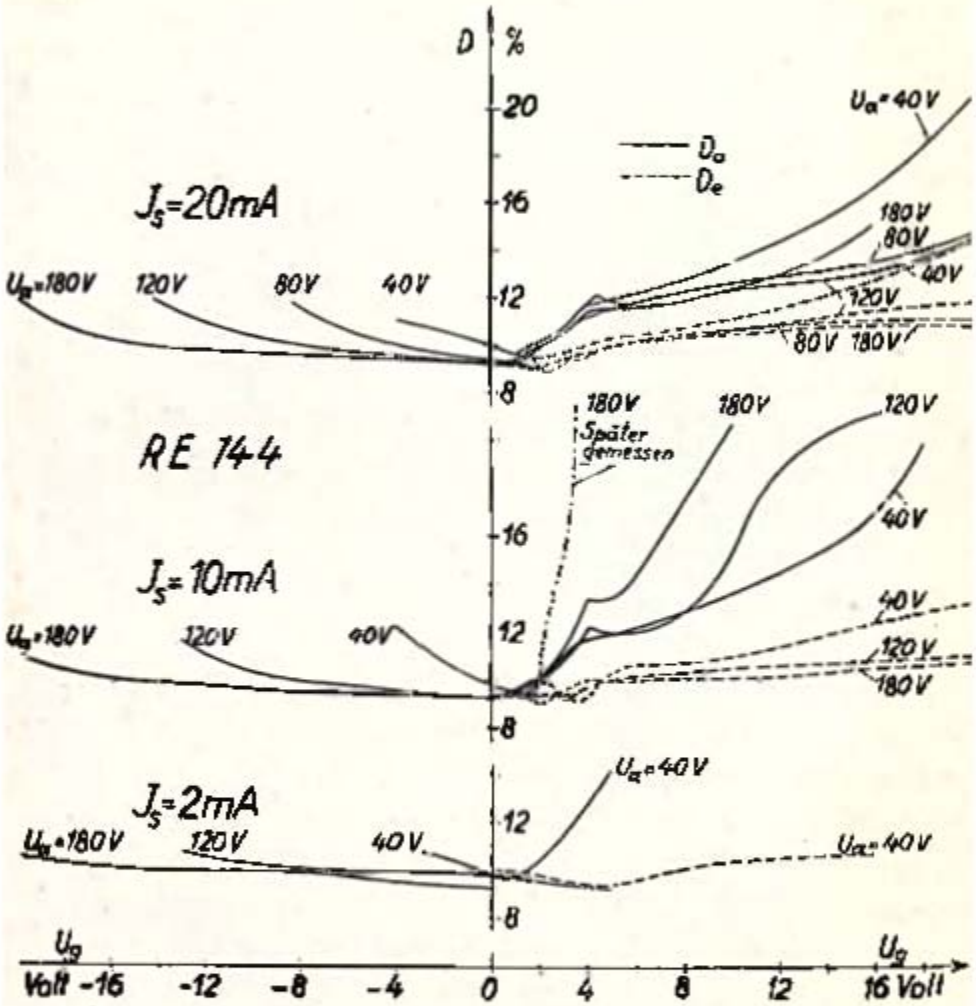


Bild 39. D mit Wechselstrom gemessen, für verschiedene Arbeitspunkte (U_g, U_a) und drei verschiedene Heizungen (J_s). Röhre RE 144.

$$D_e = -\frac{u_g}{u_a} = \frac{l_g}{l_a} \cdot (l_g \text{ und } l_a = \text{Länge der Schleifdrahtteile.})$$

Bei $D = 5\%$ muß u_a 20 mal so groß gemacht werden wie u_g. Ist der Gitterstrom vollständig null, was bei negativer Vorspannung des Gitters der Fall ist, kann man das Telephon auch

in den Anodenstromkreis A legen. (T_a in Bild 38.) Andernfalls mißt man dann den von D_g etwas verschiedenen Durchgriff D_a bezogen auf konstanten Anodenstrom. Solche Wechselstrommessungen ergeben in der Tat genau denselben Wert für D, wie die oben genannten Gleichstrommessungen. Sie sind als Nullmethode wesentlich genauer als diese. Man findet D für alle Frequenzen gleich groß. Auch findet man, daß zwischen u_g und $-u_a$ keine Phasenverschiebung bestehen darf, wenn der Fernhörer ganz zum Schweigen gebracht werden soll. Das steht in Übereinstimmung mit der Trägheitslosigkeit der Wirkungen von u_g und u_a auf den Emissionsstrom.

Bild 39 zeigt das Ergebnis solcher Messungen für drei verschiedene Heizstromstärken (gemessen durch J_s). Bei negativen Gitterspannungen U_g verlaufen die Kurven langsam ansteigend, weil man sich immer mehr den kleinen Stromstärken nähert, um so später, je größer U_a ist. Der Endpunkt der Kurven entspricht dem Anfang des Kennlinienanstiegs. Weiter ins Negative versagt die Messung, weil $J_e = 0$ ist. Bei positiver Gitterspannung liegen wieder die D_a-Werte höher als die D_g-Werte. Der Verlauf der Linien ist hier infolge Einsetzens des Gitterstromes und bei höheren Gitterspannungen infolge Auftretens von Sekundärelektronen nicht so glatt, sondern ziemlich unregelmäßig. Vgl. Bild 43, Seite 94.

§ 10. Steilheit und innerer Widerstand.

a) **Definitionen.** Wie schon in § 5c hervorgehoben wurde, kommt es bei den meisten technischen Anwendungen weniger auf die Kennlinien selbst, d. h. auf den Zusammenhang der Gleichstromwerte J_e und U an, als auf die Steilheit $S = \frac{dJ_e}{dU}$ dieser Kennlinien, d. h. die Größe der Stromänderung dJ_e bei einer Änderung der Spannung um dU. Bei Röhren mit Gitter kann eine Steuerwirkung, eine Änderung des Emissionsstromes dJ_e einerseits durch eine Änderung der Gitterspannung dU_g, anderseits durch eine Änderung der Anodenspannung dU_a hervorgerufen werden. Beide können natürlich auch gleichzeitig

eintreten, sind aber bei kleinen Änderungen voneinander unabhängig, überlagern sich einfach. Man bezeichnet

$$(46)\quad \left(\frac{\partial J_e}{\partial U_g}\right)_{U_a = \text{const}} = S = \text{„Steilheit“};$$

$$(47)\quad \left(\frac{\partial J_e}{\partial U_a}\right)_{U_g = \text{const}} = \frac{1}{R_i}; \quad R_i = \text{„innerer Widerstand“}^{1}).$$

Die Steilheit S stellt die reine Steuerwirkung der Gitterspannung, der reziproke innere Widerstand $1/R_i$ die reine Steuerwirkung der Anodenspannung auf den Emissionsstrom dar.

Die letztere ist nach der Definition (42) des Durchgriffs D-mal schwächer als die erstere, d. h. es ist $1/R_i = DS$. Daraus folgt die wichtige Gleichung

$$(48)\quad S \cdot D \cdot R_i = 1 \quad \text{oder} \quad R_i = \frac{1}{S \cdot D}.$$

Diese Gleichung ist an keinerlei physikalische Voraussetzung gebunden; sie gilt z. B. auch, wenn der Durchgriff nicht konstant ist, denn sie ist identisch mit der stets gültigen mathematischen Beziehung:

$$(49)\quad \left(\frac{\partial J_e}{\partial U_a}\right)_{U_g = \text{const}} = \left(\frac{\partial J_e}{\partial U_g}\right)_{U_a = \text{const}} \left(-\frac{\partial U_g}{\partial U_a}\right)_{J_e = \text{const}},$$

wenn durch

$$\left(-\frac{\partial U_g}{\partial U_a}\right)_{J_e = \text{const}}$$

der Durchgriff D definiert wird.

Solange die Gitterspannung U_g negativ ist, tritt kein Gitterstrom J_g ein, und der Anodenstrom J_a ist gleich dem Emissionsstrom J_e. Bei positivem Gitter muß man dagegen genau genommen zwischen J_a und J_e unterscheiden. Wie beim Durchgriff in § 9 D_e und D_a eingeführt wurde, muß man dann auch hier entsprechend S_e und S_a sowie R_{ie} und R_{ia} unterscheiden. Die Gleichungen (48) und (49) gelten auch dann, wenn man alle Größen auf J_a statt auf J_e bezieht, und lauten dann:

---

[1]) Dieser Name hat seinen Grund in der in Teil II behandelten Verstärkertheorie.

$$(49a)\quad \left(\frac{\partial J_a}{\partial U_a}\right)_{U_g = \text{const}} = \left(\frac{\partial J_a}{\partial U_g}\right)_{U_a = \text{const}} \left(-\frac{\partial U_a}{\partial U_g}\right)_{J_a = \text{const}}$$

oder $$\frac{1}{R_{ia}} = S_a D_a .$$

Die Steilheit S der Gitterröhre ist gleichwertig mit der Steilheit $S = \frac{dJ}{dU}$ der gitterlosen Ersatzröhre gemäß Bild 27, die schon in § 5c Bild 17 behandelt wurde. Alles dort Abgeleitete läßt sich auf die Gitterröhre ohne weiteres übertragen. Es gilt wieder angenähert:

$$(50)\quad S \approx \frac{3}{2} K' \sqrt{U_{st} - \frac{1}{2} U_h} \approx \frac{3}{2} K'^{2/3} \sqrt[3]{J_a} .$$

Die Steilheit S ist im Gegensatz zum Durchgriff D stark von dem Arbeitspunkt auf der Kennlinie, d. h. von der Steuergleichspannung $U_{st} = U_g + d\,U_a$ abhängig, die durch die Gitter- und die Anodengleichspannung bestimmt wird.

S ist im unteren Teile der Kennlinie ($U_{st} \approx 0$) sowie im Sättigungsgebiete ($U_{st} \approx U_s$) sehr klein, in der Mitte, im Wendepunkt der Kennlinie am größten. Auch eine starke Heizung erhöht die Steilheit S, freilich im unteren Teile der Kennlinie nur wenig, im oberen Teile dagegen stark. Vgl. Bild 17 und 35.

Der innere Widerstand $R_i = 1/SD$ ist bei konstantem Durchgriff D einfach umgekehrt proportional zu S, also ebenso wie S vom Arbeitspunkt und der Heizung abhängig, nur umgekehrt dort, wo S klein ist, also im unteren und oberen Teile der Kennlinie besonders groß, in der Mitte am kleinsten. Sein absoluter Betrag kann durch Verkleinern des Durchgriffs, also z. B. durch ein engmaschiges Gitter, beliebig vergrößert werden. Für $S = 2$ mA/V erhält man z. B. für $D = 20\,\%$ $R_i = 2500\ \Omega$, für $D = 2\,\%$ $R_i = 25000\ \Omega$. Über die technische Bedeutung von R_i siehe Teil II.

b) Messungen. Ihrer Definitionsgleichung (46) entsprechend ist die Steilheit S_e gleich der Tangente der (J_a, U_g)-Kennlinie in dem Punkte, für den die Steilheit bestimmt werden soll. Sie kann daher aus den bei konstantem U_a aufgenommenen

(J_a, U_g)-Kennlinien ohne weiteres entnommen werden. In gleicher Weise ist der innere Widerstand R_i gleich der reziproken Steilheit der (J_a, U_a)-Kennlinien, die bei konstantem U_g aufzunehmen sind. R_i kann auch aus den (J_a, U_g)-Kennlinien entnommen werden, wenn mindestens zwei solcher Kennlinien für etwas verschiedenes U_a vorliegen. In Bild 40 ist z. B.

$$S = \operatorname{tg}\alpha = \left(\frac{\partial J_a}{\partial U_g}\right)_{U_a} = \frac{BC}{AB} = \frac{2\,\text{mA}}{2\,\text{V}} = 1\ \text{mA/V}$$

$$D = -\left(\frac{\partial U_g}{\partial U_a}\right)_{J_a} = \frac{AB}{U_a - U_a'} = \frac{2}{20} = 0{,}1 = 10\,\%$$

$$\frac{1}{R_i} = \left(\frac{\partial J_a}{\partial U_a}\right)_{U_g} = \frac{BC}{U_a - U_a'} = \frac{2\,\text{mA}}{20\,\text{V}} = \frac{1}{10\,000\ \text{Ohm}}.$$

Genau genommen braucht man nur die drei Punkte A, B, C zu messen, um die Größen S, D und R_i in dem betreffenden Arbeitsgebiet zu bestimmen. Aus der graphischen Darstellung erkennt man auch ohne weiteres, daß die Beziehung $S \cdot D \cdot R_i = 1$ stets erfüllt sein muß. Natürlich kann man auch zwei (J_a, U_a)-Kennlinien, die bei etwas verschiedenem U_g aufgenommen sind, in entsprechender Weise auswerten.

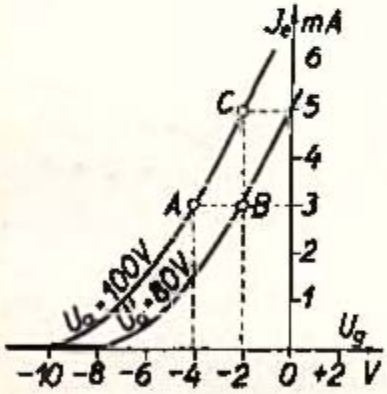


Bild 40. Bestimmung von S, D und R_i aus der (J_a, U_g)-Kennlinie.

Diese reinen Gleichstromdifferenzmessungen haben nur eine beschränkte Genauigkeit. Viel genauer lassen sich die Differentialwerte S, R_i und D mit Wechselstrom nach einer der empfindlichen Nullmethoden messen. Eine solche Messung von D ist schon in § 9 beschrieben (vgl. Bild 38), ebenso die Messung von S bei der gitterlosen Röhre in § 5c. Verbindet man, wie dort in Bild 16 gezeichnet, Gitter und Anode einer Gitterröhre miteinander, so mißt man

$$(51) \qquad \frac{1}{R_x} = S_{st} = \left(\frac{d\,J_a}{d\,U_g}\right)_{U_g = U_a} = (1 + D)\,S.$$

Denn S ist für konstantes U_a definiert, und die Änderung dJ_a wird um das $(1 + D)$-fache größer, wenn sich auch U_a gleichviel wie U_g mit ändert, was durch die Verbindung von Gitter

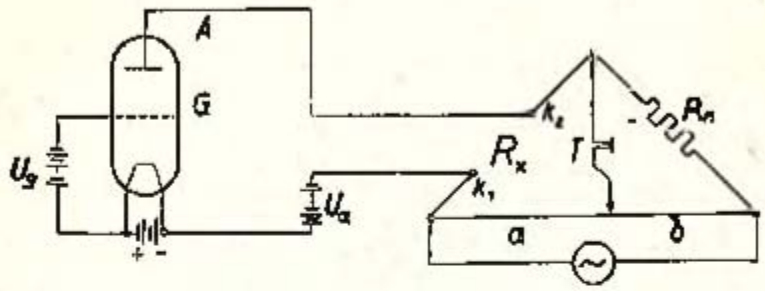


Bild 41. Messung des „inneren Widerstandes" mit Wechselstrom.

$$R_i = R_x = R_n \cdot \frac{a}{b}.$$

und Anode erzwungen wird. Trennt man das Gitter ab und legt es über eine konstante Spannung U_g an die Kathode (Bild 41), so mißt man den inneren Widerstand R_i der Röhre, nämlich das Verhältnis der Anodenwechselspannung dU_a zum Anodenwechselstrom dJ_a bei konstantem U_g. — Bei Berechnung des Arbeitspunktes ist wieder zu beachten, daß die Röhrenspannung um den Spannungsabfall, den der Anodenstrom J_a in der Brücke hervorruft, kleiner ist als die Batteriespannung. Man mißt in diesem Falle R_{ia}, das bei negativer Gittervorspannung gleich R_{ie} ist, im übrigen auch meist wichtiger als R_{ie} zu sein pflegt.

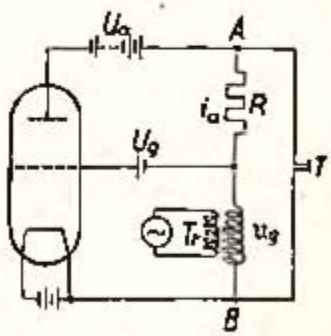


Bild 42. Messung der „Steilheit" mit Wechselstrom.

$$S = \frac{1}{R}.$$

Bild 42 zeigt, wie man die Steilheit S (genauer S_a bezogen auf den Anodenstrom) mit Wechselstrom messen kann. Dem Gitter wird etwa durch einen Transformator T_r, dessen Widerstand gleichgültig ist, eine Wechselspannung $u_g = dU_g$ zugeführt. Es entsteht dann ein

Anodenwechselstrom $i_a = dJ_a$, der in dem Widerstande R einen Spannungsabfall $dJ_a \cdot R$ erzeugt. Diesen macht man durch Regulieren von R gleich dU_g. Die Gleichheit läßt sich bei Verwendung von Tonfrequenz daran erkennen, daß das Telephon T schweigt. Dann ist

$$(52) \quad dU_{AB} = dU_g - dJ_a \cdot R = 0 \quad \text{oder} \quad S = \frac{dJ_a}{dU_g} = \frac{1}{R}.$$

Die Anodenspannung U_a bleibt, wie es sein muß, konstant, weil die Spannung dU_{AB}, das ist die Anodenwechselspannung dU_a null ist, wenn das Telephon schweigt. Der Spannungsabfall $dJ_a \cdot R$ ruft keinen Fehler hervor, weil er durch dU_g aufgehoben wird. Nur die Gleichspannungen U_g und U_a an der Röhre werden durch die Gleichspannungsabfälle in T bzw. R und T_r kleiner, was bei der Berechnung des Arbeitspunktes auf der Kennlinie zu berücksichtigen ist.

Der einzustellende Widerstand $R = \frac{1}{S}$ hat die Größe von 1000 bis 10 000 Ω, wenn man auch an den weniger steilen Stellen der Kennlinie messen will, wird er noch größer. Er muß induktions- und kapazitätsfrei sein, wenn ein guter Abgleich auf Null gelingen soll. Denn dJ_a und dU_g sind wegen der Trägheitslosigkeit der Elektronen genau in Phase.

Ein guter Abgleich auf Null gelingt ferner nur, wenn die Wechselspannung u_g so klein ist, daß die Kennlinie in dem von ihr überdeckten Gebiet als gradlinig zu betrachten ist. Im andern Falle entstehen Verzerrungen. Der erzeugte Spannungsabfall $i_a \cdot R$ hat nicht dieselbe Kurvenform wie die erzeugende Spannung u_g. Beide können sich daher nicht mehr zu allen Zeiten aufheben. Ist u_g sinusförmig von der Frequenz f, so kann man den Grundton von dieser Frequenz f vollständig zu Null machen, es bleiben aber noch schwache Obertöne, besonders von der Frequenz 2f übrig, die durch Einstellen von R nicht zu beseitigen sind. Der Ton schlägt bei der Einstellung von der zuerst überwiegenden Frequenz f in die Oktave 2f um. Steigert man nach der Einstellung die zunächst kleine Wechsel-

spannung u_g, so ist das Hervortreten der Obertöne ein deutliches Kennzeichen dafür, von welcher Wechselspannung an eine Verzerrung eintritt. 1% Oberschwingungen, d. h. ein sehr kleiner Verzerrungsfaktor $k = 1\%$ läßt sich so schon leicht feststellen. Durch Verwendung von Abstimmitteln kann man die Oberschwingung gegenüber der Grundschwingung stark unterdrücken und so auch Messungen mit großer Wechselspannung in stark gekrümmten Teilen der Kennlinie ausführen. Man mißt dann die „mittlere Steilheit" S_m, die je nach dem Verlauf der Kennlinie mit zunehmender Wechselspannung mehr oder weniger stark von der „Anfangssteilheit" S bei kleinen Amplituden abweicht. Das spielt beim Einsetzen selbsterregter Schwingungen eine wichtige Rolle (vgl. Bd. II § 20 b).

Bei positiver Gittervorspannung setzt ein Gitterstrom J_g ein und man kann auch dessen Steilheit

$$(53) \qquad S_g = \left(\frac{\partial J_g}{\partial U_g}\right)_{U_a = \text{const}} = \text{Gitterstrom-Steilheit}$$

in der Wheatstoneschen Brücke mit Wechselstrom messen. Hierzu werden Gitter und Kathode an die wechselstromgespeiste Brücke angeschlossen, während die Anode über eine konstante Spannung mit der Kathode verbunden wird. — Man findet hier, besonders bei indirekt geheizten Röhren, oft Steilheitskurven von einer überraschenden Unregelmäßigkeit. Vgl. z. B. Bild 43. Der Grund liegt hauptsächlich in den Sekundärelektronen, die von den Primärelektronen am Gitter ausgelöst werden und dann zur Anode hinüberfliegen. Das Einsetzen der Sekundärelektronen, das in der Kennlinie nur als schwache Krümmung bemerkbar wird, kommt in der Steilheitskurve viel stärker zum Ausdruck. Man bemerkt bei zwei Volt ein erstes schwaches Absinken infolge Einsetzens der echten Reflexion, dann bei 10 Volt ein sehr viel stärkeres Absinken infolge der jetzt sich ausbildenden Sekundärelektronen. Dazwischen und über 10 Volt hinaus treten auch noch Unregelmäßigkeiten auf, deren Ursache zum Teil in der geometrischen, gitterförmigen Anordnung liegt, zum Teil noch nicht ganz

geklärt ist[1]). Bei direkt geheizten Röhren treten diese Unregelmäßigkeiten nicht so scharf hervor, weil sie durch den Spannungsabfall längs des Heizdrahts und die ungleichförmige Temperaturverteilung verwaschen werden, sich nicht so eindeutig bei einer bestimmten Spannung bemerkbar machen können.

Diese Unregelmäßigkeiten treten in gleicher absoluter Größe, aber mit entgegengesetztem Vorzeichen auch im Anodenstrom auf. Im Emissionsstrom

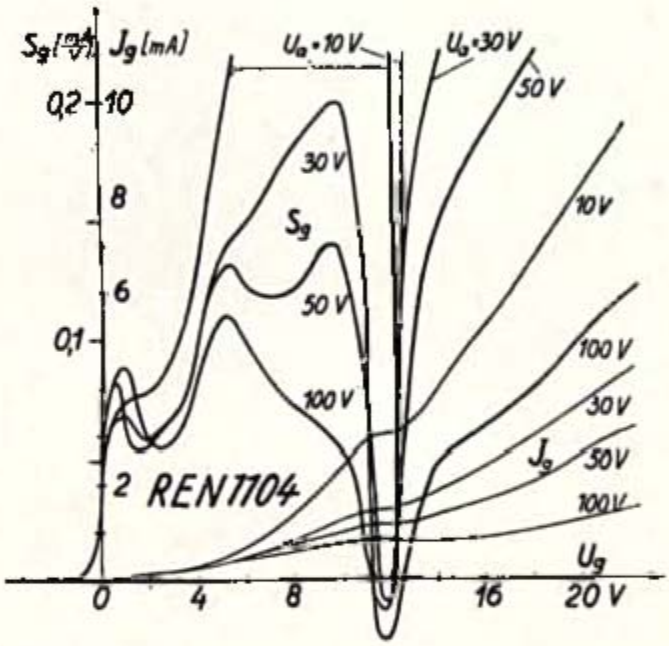


Bild 43. $S_g = \frac{d\,i_g}{d\,U_g}$ mit Wechselstrom, gemessen für verschiedene Arbeitspunkte (U_g, U_a). Gitterstromkennlinien $J_g = f(U_g)$ mit eingezeichnet.

$$J_e = J_a + J_g \tag{54}$$

heben sie sich daher heraus, sind nicht darin enthalten. Denn die vom Gitter zur Anode fliegenden Sekundärelektronen ändern nur J_g und J_a, haben aber auf den aus der Kathode austretenden Emissionsstrom J_e keinen Einfluß. Das gleiche gilt

[1]) Vgl. K. Sixtus, Diss. Dresden; Ann. d. Phys. 3, 1; 1929 und H. Bittmann, Diss. Dresden; Ann. d. Phys. 8, 737, 1931.

auch für die verschiedenen Steilheitskurven. Denn durch Differenzieren von (54) ergibt sich auch

$$S_c = S_a + S_g. \tag{55}$$

In Bild 35 sieht man z. B. deutlich, wie die ausgezogenen S_a-Kurven rechts bei positiver Gittervorspannung anfangen, unregelmäßig zu werden, während die punktiert gezeichneten S_c-Kurven regelmäßig weiter laufen. — Da J_g und S_g absolut etwa 10 mal kleiner als J_a und S_a sind, treten die Unregelmäßigkeiten in den J_a- und S_a-Kurven relativ etwa 10 mal weniger hervor.

§ 11. Stromverteilung.

Die soeben angeführten Versuchsergebnisse bestätigen die zu erwartende Tatsache, daß der eigentliche Steuervorgang durch die Gitter- und Anodenspannung oder zusammengefaßt durch die Steuerspannung nicht auf den Anodenstrom J_a, sondern auf den aus dem Heizdraht austretenden Emissionsstrom J_e einwirkt. Dieser hat den physikalisch begründeten, regelmäßigen Verlauf. Bei Gitterröhren teilt sich der Emissionsstrom, ein Teil der emittierten Elektronen fliegt zum Gitter und wird von diesem als Gitterstrom J_g abgeleitet, der Rest gelangt zur Anode und bildet so den Anodenstrom J_a. Auch außerhalb der Röhre hat man jetzt den Gitterkreis und den Anodenkreis zu unterscheiden. Die Gleichung (54): $J_c = J_g + J_a$ gilt daher stets, z. B. auch beim Auftreten von Sekundärelektronen, da sie auch außerhalb der Röhre ein stets gültiges Stromverzweigungsgesetz darstellt (vgl. Bild 19 in § 6b).

Bei der Frage, wie sich der Emissionsstrom auf Gitter und Anode verteilt, sind drei verschiedene Fälle zu unterscheiden.

a) Eine Elektrode negativ. Dann gilt folgender wichtiger Satz:

(56) *Sobald eine der Elektroden, sei es Gitter oder Anode, eine negative Spannung gegenüber dem Heizdraht besitzt, muß der Strom zu ihr völlig Null werden, so daß der gesamte Emissionsstrom zur anderen Elektrode geht.*

Das ist eine einfache Folgerung aus dem Energiesatz, nach dem ein negatives Elektron niemals von selbst an einen Ort mit stärker negativem Potential gelangen kann, ebenso wie ein Stein, wenn er auch auf noch so verwickelten Bahnen geführt wird, von selbst ohne äußere Energiezufuhr höchstens auf seine ursprüngliche Höhe wieder zurückfliegen kann. Dieser Satz gilt auch dann noch, wenn Sekundärelektronen entstehen, da diese stets eine kleinere Geschwindigkeit haben als die auftreffenden Primärelektronen, also noch weniger als diese gegen eine negative Spannung anlaufen können[1]).

Da die Elektronen aus dem Heizdraht nicht alle mit der Geschwindigkeit Null austreten, so ist beim Spannungsunterschied Null zwischen Elektrode und Heizdraht der Strom noch nicht ganz Null, nimmt aber bei ganz geringen negativen Spannungen gemäß dem Anlaufstromgesetz (vgl. § 4) außerordentlich schnell nach einer Exponentialfunktion ab, so daß er bei —1 bis —2 Volt schon praktisch Null ist. Das Anlaufstromgesetz gilt sowohl für den Gitterstrom in Abhängigkeit von einer schwach negativen Gitterspannung bei konstanter positiver Anodenspannung, als auch für den Anodenstrom in Abhängigkeit von einer schwach negativen Anodenspannung bei konstanter positiver Gitterspannung. Der letztere ist etwa 10 mal größer als der Gitteranlaufstrom. Anfang und Ende der Anlaufstromgebiete werden von Kontaktpotentialen stark beeinflußt. Weitere Folgerungen und über den Einfluß schlechten Vakuums vgl. Teil IIc.

---

[1]) Dieser Satz kann nur dann ungültig werden, wenn das elektrische Feld, das die Elektronen auf ihrer Bahn beschleunigt oder verzögert, sich während der äußerst kurzen Zeit des Elektronenfluges zeitlich ändert. Das ist z. B. bei den Elektronen-Tanzschwingungen der Fall (vgl. Band II). Hier können Elektronen zur Anode gelangen, auch wenn diese dauernd negativ bleibt. Die Elektronen werden durch ein stark positives Gitter zunächst stark beschleunigt. Wird dann während des Durchtritts der Elektronen durch das Gitter die Gitterspannung kleiner, so werden die Elektronen beim Weiterfliegen weniger stark zum Gitter zurückgezogen, weniger stark abgebremst und können auch zu Stellen negativen Potentials hinfliegen.

Der Satz (56) ist besonders für Verstärkerröhren von der größten Bedeutung. Man gibt bei ihnen dem Gitter eine geringe negative Gleichstromvorspannung. Dann wird der Gitterstrom und damit auch die vom Gitter verbrauchte Leistung vollständig Null, ohne daß dadurch die Steuerwirkung des Gitters auf den Emissionsstrom, der in diesem Falle mit dem Anodenstrom identisch ist, beeinträchtigt würde. — Bei Senderröhren wird umgekehrt, sobald die Anodenspannung unter Null sinkt, der Anodenstrom unweigerlich Null. Der ganze Emissionsstrom geht dann zum Gitter, was hier den Wirkungsgrad der Röhren stark beeinträchtigt. („Überspannter Zustand", vgl. Bd. II, § 8.)

b) **Eine Elektrode kleiner als + 10 Volt.** Sind beide Elektroden, Gitter und Anode positiv, so gilt für die Primärelektronen bei Vernachlässigung der Raumladungen die Tanksche Stromverteilungsformel:

$$(57) \qquad \frac{J_g}{J_a} = \mu \sqrt{\frac{U_g}{U_a}}. \quad \left(\mu = c\frac{F_s}{F_o} \text{ für Zylinderanordnung.}\right)$$

Hierin ist μ bei Zylinderanordnung im wesentlichen gleich dem Verhältnis der von den Gitterstegen verdeckten Fläche F_s zu der nicht verdeckten Fläche F_o der Gitterlöcher. Der Faktor c ist bei den üblichen Röhrenanordnungen ohne Raumladung, d. h. bei geringer Heizung etwa gleich 1,1 und steigt mit wachsender Raumladung auf etwa 1,3 an. Die Formel folgt daraus, daß bei gleichem Verhältnis U_g/U_a die elektrischen Feldkraftlinien in der Röhre die gleiche Lage behalten, nur ihre Stärke mit den Absolutwerten von U_g und U_a ändern. Dem entsprechend ändern auch die Elektronen nur ihre Geschwindigkeiten, aber nicht ihre Bahnen in der Röhre. Ihre Verteilung auf Gitter und Anode bleibt also dieselbe. — Die normaler Weise auftretenden Raumladungen ergeben nicht unbeträchtliche Abweichungen von der Tankschen Formel, vergrößern J_g auf Kosten von J_a. Solange Sekundärelektronen (vgl. § 6 b) noch keine Rolle spielen, d. h. solange eine der Spannungen von Gitter oder Anode kleiner als etwa 10 Volt bleibt, gilt hiernach für die Verteilung des Stromes etwa folgendes. Erhöht man

die Spannung an einer der Elektroden, während die andere konstant bleibt, so zieht sie mehr Elektronen zu sich heran, der Strom zu ihr wächst an. War der Emissionsstrom J_e gesättigt, so ändert sich $J_e = J_g + J_a$ auch bei der Spannungserhöhung nicht. Die Stromerhöhung geht dann auf Kosten des Stromes zur andern Elektrode. Dieser sinkt genau so viel, wie der andere steigt, da ja ihre Summe J_e unverändert bleibt. War der

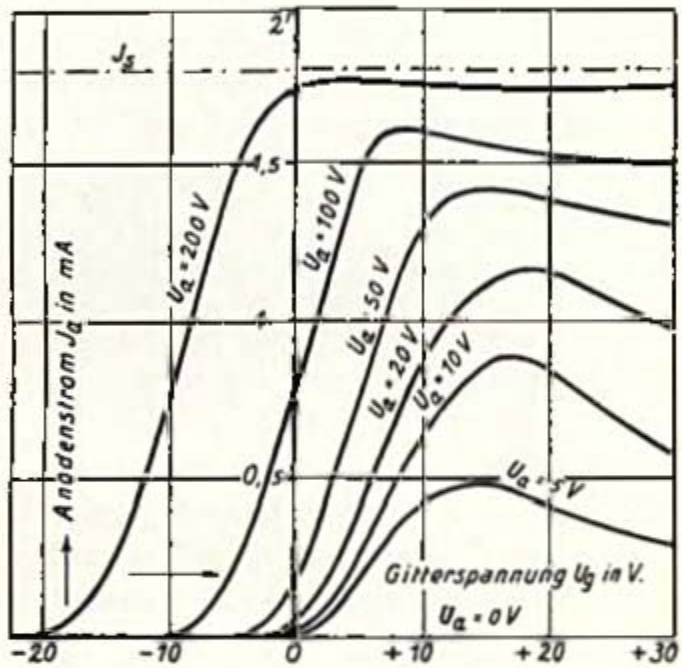


Bild 44. (J_a, U_g)-Kennlinien sinken bei $U_g > 0$ infolge einsetzenden Gitterstroms ab. Gleiche Röhre wie in Bild 28, 45 und 58.

Emissionsstrom dagegen nicht gesättigt, so wird er entsprechend der Kennlinie und dem Anwachsen der Steuerspannung zunehmen. Dann kann auch der Strom zur andern Elektrode zunehmen, z. B. der Anodenstrom, wenn man die Gitterspannung erhöht.

Bild 44 zeigt einen derartigen Verlauf des Anodenstromes für dieselbe Röhre, für die der Emissionsstrom schon in Bild 28, § 8 dargestellt war. Es war die alte in Bild 58, § 13 abgebildete Röhrenkonstruktion mit einem ebenen Gitter aus dicken Stegen, so daß $F_g/F_a = 0{,}6$ war. Sekundärelektronen machen sich hier auch bei $U_g = 30$ Volt erst schwach bemerk-

bar. Der Durchgriff der Röhre war 10%. Daher fängt der Emissionsstrom für $U_a = 200$ Volt schon bei $U_g = -20$ Volt an, sich mit wachsender Gitterspannung der Kennlinie entsprechend zu erheben. Solange U_g negativ ist, bleibt nach Satz (56) der Gitterstrom Null, der ganze Emissionsstrom geht zur Anode, so daß auch der Anodenstrom genau entsprechend der Kennlinie ansteigt. Bei kleinerer Anodenspannung ver-

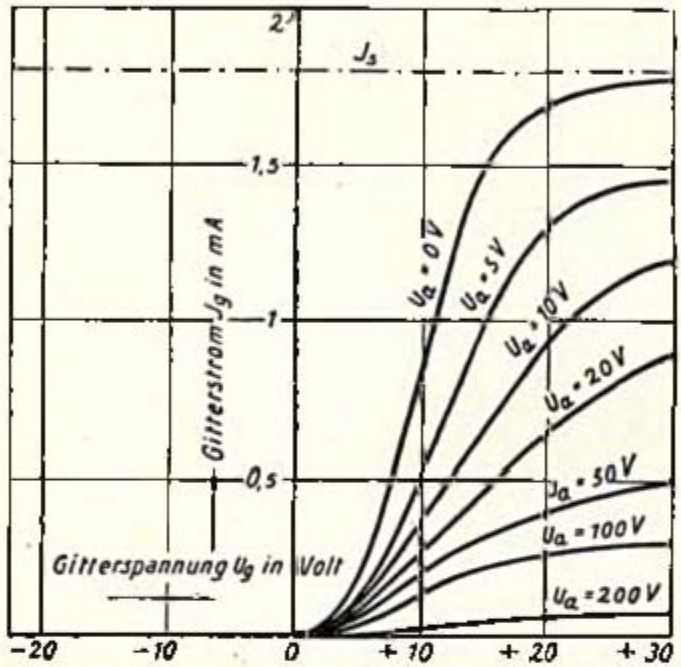


Bild 45. (J_g, U_g)-Kennlinien für die gleiche Verstärkerröhre wie in Bild 44.

schiebt sich die ganze Kurve in bekannter Weise formgetreu nach rechts. Sobald aber das Gitter positiv wird, setzt auch der Gitterstrom ein, und die Anodenstromkurve verläuft dann um einen dem Gitterstrom entsprechenden Betrag tiefer als es der Kennlinie entspricht. Daher nimmt der Anodenstrom bei höheren Gitterspannungen, wo J_s gesättigt ist, wieder ab, um so mehr, je mehr der Gitterstrom dort anwächst.

Bild 45 zeigt den Gitterstrom für dieselbe Röhre. Dieser ist für negative Gitterspannungen gemäß (56) vollständig Null. Für positive Gitterspannungen setzt er gemäß (57) um so stärker

ein, je kleiner die Anodenspannung ist, da eine stark positive Anode die Elektronen stärker zu sich heranzieht. Eine Erhöhung der Anodenspannung vermindert hier stets den Gitterstrom, auch wenn J_e noch nicht gesättigt ist, also dabei anwächst. Ist die Anodenspannung Null oder negativ, so wird auch der Anodenstrom Null. Dann geht der ganze Emissionsstrom zum Gitter, so daß jetzt der Gitterstrom J_g nahezu in derselben Weise wie J_a für negatives U_g (Kurve für $U_a = 200$ Volt in Bild 44) bis auf J_s ansteigt. Ein kleiner Unterschied tritt freilich meist doch ein. Er rührt daher, daß bei positivem Gitter und negativer Anode die Elektronen nicht sofort auf das Gitter auftreffen, sondern zum großen Teil zunächst durch die Gitterlöcher hindurchfliegen. Da sie dann aber von der negativen Anode abgestoßen werden, fliegen sie sämtlich wieder zum Gitter zurück. Auch jetzt trifft wieder nur ein kleiner Teil auf die Gitterdrähte, der andere fliegt durch die Gitterlöcher in Richtung auf die Kathode zurück. Hierbei werden einige Elektronen von der Kathode wieder eingefangen, wodurch der Emissionsstrom (= Gitterstrom) kleiner wird. Die andern fliegen an der Kathode vorbei nochmals zur anderen Seite zum Gitter hinüber, beginnen ihren Tanz um das Gitter von neuem. Bei dünnen Gitterdrähten können die Elektronen im Mittel leicht zehn und mehr Male um das positive Gitter hin- und hertanzen, ehe sie vom Gitter oder auch von der Kathode eingefangen werden[1]). Dadurch wird die Raumladung zwischen Gitter und Kathode erheblich vergrößert, der Emissionsstrom (= Gitterstrom) noch weiter verkleinert. Man erkennt diesen Einfluß am besten daran, daß der Emissionsstrom (= Gitter- + Anodenstrom) oft erheblich viel mehr als man aus der Zunahme der

[1]) Auf diesem Elektronentanz beruhen die sogenannten Barkhausen-Kurzschwingungen, die sich unter Umständen ganz von selbst dauernd aufrechterhalten können (vgl. Band II). Man muß daher bei der Aufnahme solcher Gitterstromkennlinien bei negativer Anodenspannung sehr Obacht geben, daß diese Schwingungen sich nicht selbst erregen und dadurch die Meßwerte gefälscht werden. Bei Gitterspannungen unter 50 Volt ist diese Gefahr nicht sehr groß. — Vgl. auch Anm. [2]), Seite 110.

Steuerspannung erwarten sollte, ansteigt, wenn man die zunächst negative Anodenspannung auf + 5 bis + 10 Volt erhöht. Dann zieht nämlich die positive Anode die meisten der das Gitter passierenden Elektronen zu sich herüber. Der Elektronentanz um das Gitter und die dadurch bedingte Raumladungsvermehrung verschwinden. Vgl. auch § 12.

c) **Beide Elektroden stärker positiv.** Bei höheren Spannungen werden die Kennlinien in ausschlaggebender Weise

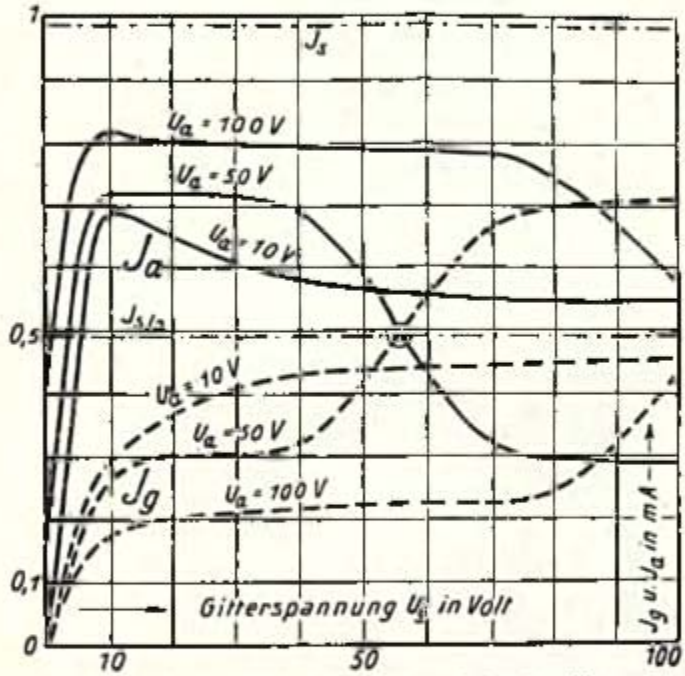


Bild 46. Umwechseln von J_g und J_a für $U_g \approx U_a$ infolge Sekundärelektronen. Dicke Gitterdrähte.

durch die an Gitter und Anode entstehenden Sekundärelektronen beeinflußt. Diese erzeugen einen zusätzlichen Strom von der Elektrode mit geringerer Spannung zu der mit höherer Spannung, der ziemlich plötzlich umschlägt, sobald die zunächst geringere Spannung über die der anderen Elektrode erhöht wird (vgl. § 6b). Hieraus folgt der für Röhrensender wichtige Satz:

(58) *Sobald die Gitterspannung höher als die Anodenspannung wird, steigt der Gitterstrom stark an.*

Bild 46 und 47 zeigen die Stromverteilung bei höheren Spannungen. Die Kurven in Bild 46 sind von einer älteren Wolfram-Verstärkerröhre mit dicken Gitterdrähten gewonnen. Der Gitterstrom ist daher verhältnismäßig groß, bei $U_a = 10$ Volt nicht viel kleiner als der Anodenstrom; und selbst bei $U_a = 100$ Volt

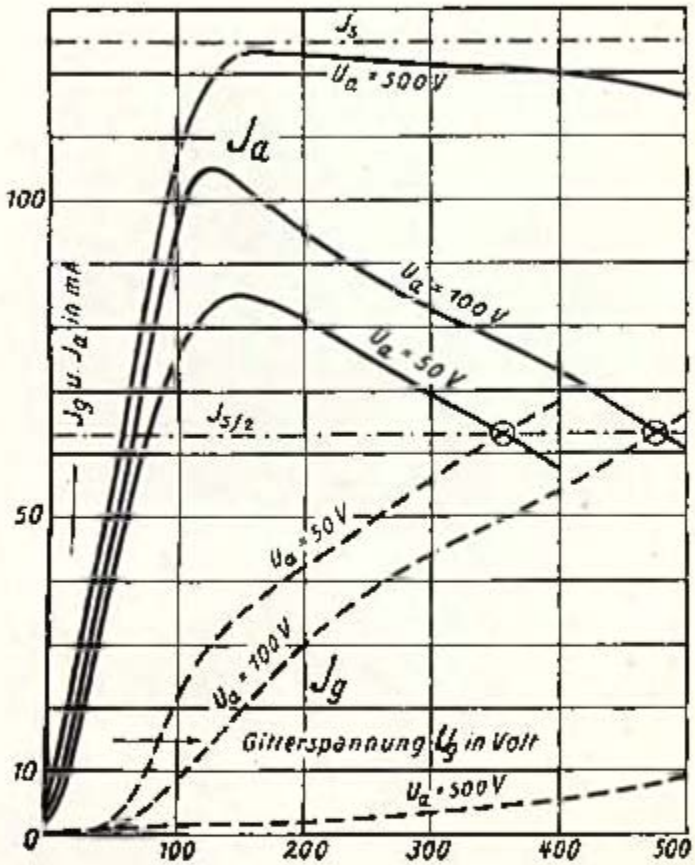


Bild 47. Umwechseln von J_g und J_a infolge Sekundärelektronen. Dünne Gitterdrähte.

noch ein Viertel von ihm. Die Kurven für $U_a = 10$ Volt verlaufen so, wie man es beim Fehlen von Sekundärelektronen erwartet; J_g nimmt mit wachsendem U_g langsam zu, J_a um ebensoviel ab. Die J_g-Kurve für $U_a = 50$ Volt steigt dagegen kurz vor $U_g = 50$ Volt, d. h. $U_g = U_a$, plötzlich stark an, während sich die J_a-Kurve um ebensoviel senkt und weit unter die J_g-Kurve herunter geht. Bei $U_a = 100$ Volt tritt die gleiche Erscheinung kurz vor $U_g = 100$ Volt, also wieder $U_g = U_a$, ein.

Die J_a-Kurve sinkt hier noch tiefer herunter, bei noch höherem U_a sogar unter die Nullinie. (In Bild 46 nicht mehr zu sehen.) Vgl. auch die in § 6b, Bild 20 gezeichneten Kurven mit ganz ähnlichem Verlauf. Man beachte nur, daß dort die Ströme in Abhängigkeit von U_a für verschiedene konstante U_g-Werte dargestellt wurden, während sie hier in Abhängigkeit von U_g bei konstantem U_a gezeichnet worden sind.

Bild 47 zeigt entsprechende Kurven von einer Wolfram-Senderröhre, die normal mit $U_a = 3000$ Volt betrieben wird. Infolge der sehr feinen Gitterdrähte ist J_g sehr klein, nur wenige Prozent von J_a, solange U_a größer als U_g ist. Sobald aber U_g größer als U_a wird, steigt auch hier wieder wegen der Sekundärelektronen J_g stark an, freilich wegen der dünnen Gitterdrähte verhältnismäßig nicht so stark wie in Bild 46. Denn während dort der Schnittpunkt $J_g = J_a$ etwa für $U_g = U_a$ eintrat, liegt er hier erst bei sehr viel höheren U_g-Werten.

Daß infolge der Sekundärelektronen unter Umständen der Anodenstrom mit zunehmender Anodenspannung abnimmt, wurde schon in § 6b Bild 20 gezeigt. Die Senderröhre in Bild 47 zeigt diese Erscheinung gar nicht; die J_a-Kurven liegen in dem dargestellten Bereich überall um so höher, je größer U_a ist. Bei der Verstärkerröhre in Bild 46 sinkt dagegen die J_a-Kurve für $U_a = 50$ Volt bei Spannungen $U_g > 50$ Volt unter die für $U_a = 10$ Volt herunter und weiter rechts bei höheren Gitterspannungen würden beide wieder von der Kurve für $U_a = 100$ Volt geschnitten werden. Eine fallende Kennlinie *(Dynatron)*, d. h. Sinken des Anodenstromes bei Steigerung der Anodenspannung tritt besonders leicht bei Röhren mit dickdrähtigem Gitter ein. Außerdem muß dann beim Einsetzen der Sekundärelektronen, also bei etwa 20 bis 50 Volt an der Anode, die Gitterspannung so groß sein, daß der Emissionsstrom schon gesättigt ist. Im Raumladungsgebiet bewirkt ja die erhöhte Anodenspannung besonders bei großem Durchgriff eine erhöhte Emission. Die dadurch hervorgerufene absolute Vergrößerung aller Ströme verdeckt dann leicht die relative Verkleinerung des Anodenstromes infolge der Sekundärelektronen.

Daß bei den modernen Röhren Sekundärelektronen besonders stark auftreten, wenn das Bariummetall der Kathode oder das zum Gettern benutzte Metall sich auf Gitter oder Anode niederschlägt, wurde schon in § 6 b, Bild 18 erwähnt. Dadurch kann nicht nur der Anodenstrom, sondern auch der Gitterstrom eine

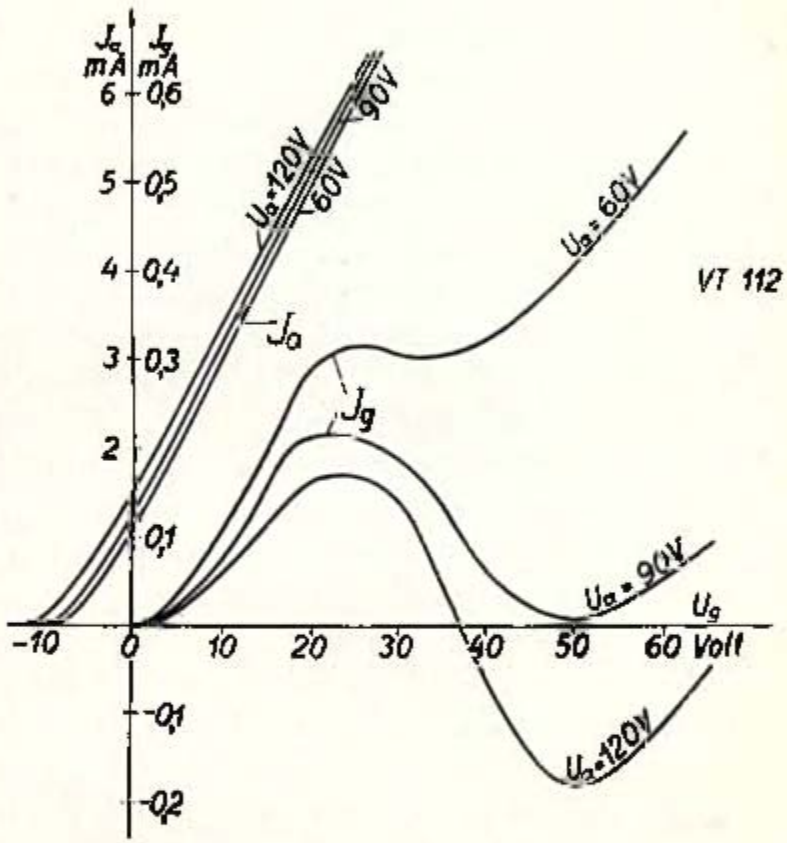


Bild 48. Fallende Gitterstromkennlinien $J_g = f(U_g)$ und teilweise negativer Gitterstrom infolge starker Emission von Sekundärelektronen am Gitter.

fallende Kennlinie erhalten, d. h. J_g mit zunehmendem U_g kleiner werden *(Gitter-Dynatron)*. Bild 48 zeigt dies deutlich. Dort sinkt für größeres U_a der Gitterstrom sogar unter die Nullinie. Das ist eine bei größeren Röhren sehr gefürchtete Erscheinung, weil sie das sogenannte *„Durchstoßen"* verursachen kann. Bei großem Gittervorschaltwiderstand R oder bei versehentlich unterbrochener Gitterzuleitung ($R = \infty$) kann sich ganz von

selbst eine sehr große positive Gitterspannung einstellen, wodurch dann der Anodenstrom so stark anwächst, daß die Röhre überlastet und zerstört wird.

Bild 49 zeigt die Erklärung für diese Erscheinung. Der Zusammenhang zwischen U_g und J_g ist auf Seiten der Röhre durch die schon in Bild 48 gezeichneten Kennlinien $J_g = f(U_g)$ fest gegeben. Auf Seiten der äußeren Schaltung ist er durch das Ohmsche Gesetz $U_g = -R \cdot J_g$ bestimmt, ein Zusammenhang, der graphisch durch die in Bild 49 gezeichnete *Widerstandsgerade*

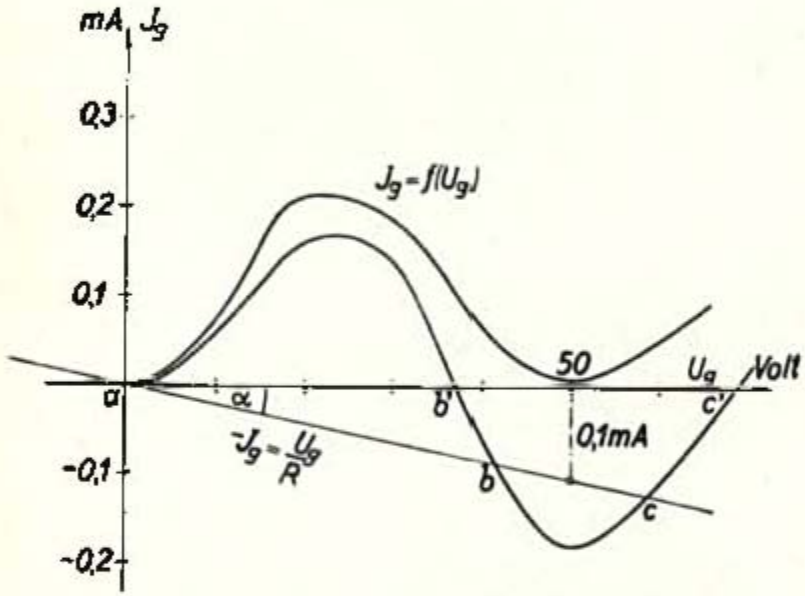


Bild 49. Labilität („Durchstoßen") infolge negativen Gitterstroms. Die Widerstandsgerade mit $\operatorname{tg} \alpha = 1/R$ ergibt die Schnittpunkte a, b, c, von denen b labil ist.

dargestellt wird. Die tatsächlichen Größen von J_g und U_g müssen beide Bedingungen gleichzeitig erfüllen. Sie ergeben sich also aus dem Schnittpunkt der Widerstandsgeraden mit der Kennlinie. Geht die Kennlinie nicht unter die Nullinie, so ergibt sich nur der Schnittpunkt a im Nullpunkt. J_g und U_g bleiben stets beide Null. Das ist das erwartete Ergebnis, weil ja keine Gittervorspannung vorhanden ist. Sinkt aber die Kennlinie hinreichend weit unter die Nulllinie herunter, so gibt es außer a noch zwei weitere Schnittpunkte b und c. Von diesen ist b labil, d. h. bei

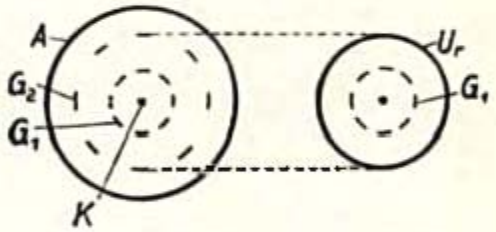
einer kleinen Störung des Gleichgewichts verschiebt sich die Ruhelage entweder nach a oder nach c. Der Schnittpunkt c ist aber durchaus stabil und kann sich beliebig lange halten. Das erkennt man am besten für den Grenzfall $R = \infty$, d. h. des vollständig abgetrennten Gitters. In diesem Falle fällt die Widerstandsgerade mit der Abszissenachse zusammen, bei $R = \infty$ muß natürlich $J_g = 0$ sein. Das ist aber nicht nur im Punkt a der Fall, sondern auch in b′ und c′. $J_g = 0$ bedeutet hier, U_g muß sich so einstellen, daß ebensoviele Sekundärelektronen fortfliegen, wie Primärelektronen auftreffen ($J_s = J_p$). Das ist zunächst im Schnittpunkt b′ der Fall. Dort würde aber, falls U_g einmal etwas abnehmen sollte, die Bildung von Sekundärelektronen kleiner, J_p würde überwiegen und das Gitter negativ aufladen. Dadurch würde U_g weiter verkleinert, J_p noch mehr überwiegen usw. Ebenso würde sich bei zunehmendem U_g diese Zunahme von b′ aus weiter vergrößern. Der Schnittpunkt b′ kann sich daher nicht halten, ist labil. Ganz anders beim Schnittpunkt c′. Dort wird wachsendes U_g zwar auch wie bei b′ mehr Sekundärelektronen auslösen, diese können aber hier nur noch zu einem geringeren Teil zur Anode hinüberfliegen, weil U_g schon zu nahe gleich U_a wird. Daher wird bei c′ J_a mit wachsendem U_g abnehmen, J_p überwiegen und das Gitter stärker negativ aufladen, d. h. dem Anwachsen von U_g Einhalt tun. Ebenso wird bei abnehmendem U_g durch das Überwiegen des negativen Gitterstromes J_s die Abnahme von U_g sofort wieder rückgängig gemacht. Die Spannung U_g im Schnittpunkt c′ reguliert sich von selbst immer wieder richtig ein, ist stabil. Aus dem Obigen folgt, daß der Schnittpunkt c′ etwa da liegen muß, wo U_g angenähert gleich U_a wird. Ist daher z. B. $U_a = 10\,000$ Volt, so lädt sich beim Durchstoßen das isolierte Gitter annähernd auf $+ 10\,000$ Volt auf! Ganz von selber tut es das freilich nicht. Es muß durch einen einmaligen Anstoß zunächst einmal eine Spannung größer als im Schnittpunkt b′ erhalten. Da aber b′ oft schon bei 50 Volt und weniger liegt, ist die Möglichkeit eines solchen Anstoßes, etwa durch einen Schaltvorgang oder durch einsetzende Schwingungen leicht gegeben.

§ 12. Doppelgitterröhren.

a) Steuerspannung. Für Röhren mit zwei Gittern oder allgemeiner mit drei kalten Elektroden neben dem Heizdraht, insgesamt also 4 Elektroden (Tetroden), gelten im wesentlichen dieselben Betrachtungen wie für Eingitterröhren. Für den Emissionsstrom kann man wieder näherungsweise eine „Steuerspannung" in Rechnung setzen, die sich linear aus den drei Spannungen der drei Elektroden zusammensetzt. Deckt wie üblich vom Heizdraht aus gesehen das erste Gitter das zweite und dieses wieder die Anode ab (Bild 50a), so kann man in bezug auf Heizdraht und das erste Gitter wieder näherungsweise die Spannungen vom zweiten Gitter und Anode entsprechend Satz (38) zu einer

$$(59)\quad \text{„resultierenden Spannung"}\ U_r \approx \frac{U_{g_2} + D_2 U_a}{1 + D_2} \approx U_{g_2} + D_2 U_a$$

zusammenfassen. Man kann also die Doppelgitterröhre ersetzen durch eine Eingitterröhre, wenn man bei dieser der Anode dieselbe Lage wie dem zweiten Gitter bei der Doppelgitterröhre gibt und ihr die Spannung U_r erteilt (Bild 50b). Dann gelten für diese Ersatzröhre wieder alle für die Eingitterröhre angestellten Betrachtungen. Man erhält so schließlich eine



a) Doppelgitterröhre im Schnitt b) Ersatz-Eingitterröhre

Bild 50.

Steuerspannung erster Art

$$(60)\qquad U_{st_1} \approx U_{G_1} + D_1 U_r \approx U_{G_1} + D_1 U_{g_2} + D_1 D_2 U_a,$$

die in bekannter Weise maßgebend für den Emissionsstrom ist. Die Aufnahme $J_a = f(U_{g_1})$ ergibt also wieder die normale Kennlinie, die gegen den Nullpunkt um die Verschiebungsspannung $D_1 U_r \approx D_1 U_{g_2} + D_1 D_2 U_a$ verschoben ist. Für die Spannung des zweiten Gitters ist der Durchgriff D_1 durch das erste Gitter, für die Anodenspannung dieser multipliziert mit

D_2, dem Durchgriff durch das zweite Gitter, maßgebend. Durch die Anwesenheit des zweiten Gitters, das in diesem Falle „Schutznetz" oder „Schirmgitter" genannt wird, kann man so den wirksamen Durchgriff der Anodenspannung $D_1 \cdot D_2$ sehr klein machen, ohne daß dadurch die Verschiebungsspannung $D_1 U_r$ klein zu werden brauchte. Denn diese ist im wesentlichen durch die Spannung U_{g_2} des zweiten Gitters und den Durchgriff D_1 bestimmt. Hiervon wird bei der einen Art von Doppelgitterröhren, den sogenannten Schutznetz- oder Schirmgitterröhren, Gebrauch gemacht. — Bei den Schirmgitterröhren wird noch durch seitliche Wände das elektrische Feld der Anode auch außerhalb der Elektronenbahnen von dem Gitter elektrostatisch abgeschirmt, um die für viele Anwendungsgebiete schädliche Gitteranodenkapazität C_{ga} möglichst klein zu machen (vgl. Teil II.).

b) Stromverteilung. Für die Stromverteilung gilt zunächst wieder der wichtige Satz (56), daß der Strom zu einer Elektrode vollständig Null ist, solange deren Spannung gegen die Kathode negativ bleibt. Man kann dadurch wieder Steuerwirkungen ohne jeden Stromverbrauch, also auch ohne jeden Leistungsverbrauch herstellen. Es können aber auch durch eine gedachte Fläche konstanten Potentials keine Elektronen hindurchtreten, wenn dieses Potential gegenüber der Kathode negativ ist. So besitzt z. B. eine die Löcher des ersten Gitters bedeckende Fläche das Potential der Steuerspannung $U_{st_1} = U_{g_1} + D_1 U_{g_2} + D_1 D_2 U_a$, sperrt also den ganzen Emissionsstrom ab, wenn U_{st_1} negativ ist. Darauf beruht ja gerade die unter a) besprochene Steuerwirkung bei Schirmgitterröhren. Ebenso besitzt aber eine die Löcher des zweiten Gitters bedeckende Fläche das Potential

$$U_{st_2} = U_r + D_{12} U_{g_1} = U_{g_2} + D_2 U_a + D_{12} U_{g_1} \tag{61}$$

Steuerspannung zweiter Art.

Sobald U_{st_2} negativ wird, können keine Elektronen durch das zweite Gitter zur Anode mehr gelangen. D_{12} ist hierbei der „Durchgriff" des ersten Gitters durch das zweite (Bild 51). Es

handelt sich hier eher um einen „Zurückgriff". Es ist ja aber ein eigentliches Durchgreifen nicht nötig, wie schon das Beispiel der 2-Platten-Röhre zeigt. Die ($U_{g_2}J_a$)-Kennlinien werden nicht nur durch eine positive Anodenspannung U_a um $D_2 U_a$ (Bild 52), sondern ebenso durch eine positive Spannung U_{g_1} des ersten Gitters um $D_{12}U_{g_1}$ nach rechts verschoben (Bild 53).

Die Steuerwirkung von U_{st_2} auf den Anodenstrom J_a führt zu der zweiten Art von Doppelgitterröhren, den sogenannten „Raumladegitterröhren". Bei diesen gibt man dem ersten, der Kathode benachbarten Gitter eine hohe positive Spannung U_{g_1},

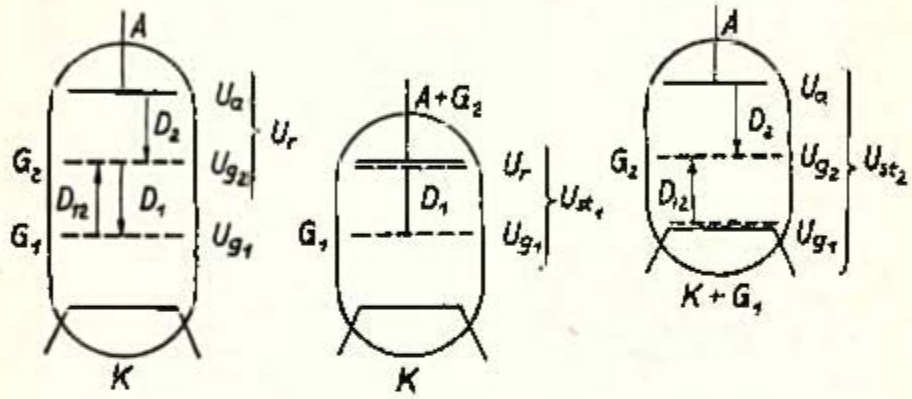


Bild 51.

a) Durchgriffe bei einer Doppelgitterröhre.
b) Ersatzröhre für die Steuerspannung 1. Art (Schutznetz, Schirmgitter).
c) „ „ „ „ 2. Art (Raumladegitter).

so daß stets ein kräftiger Emissionsstrom J_e entsteht. Dieser geht bei positiver Steuerspannung U_{st_2} nur zum kleinen Teil zum ersten Gitter (J_{g_1}), zum größeren Teil durch dieses und durch das zweite Gitter hindurch zur Anode (J_a). Bei negativem U_{st_2} werden die Elektronen jedoch sämtlich hinter dem ersten Gitter wieder abgebremst und zu diesem zurückgetrieben. J_a wird Null, $J_e = J_{g_1}$. Die Steuerung durch U_{st_2} beruht auf einer Änderung der Stromverteilung. Sie schaltet gewissermaßen den Emissionsstrom zwischen erstem Gitter und Anode um. Nimmt J_a zu, so nimmt J_{g_1} nahezu um ebensoviel ab und umgekehrt

(vgl. Bild 52 und 53). Der Emissionsstrom $J_e = J_{g_1} + J_a$ ändert sich fast gar nicht[1]), wenn U_{g_1} so groß ist, daß J_e gesättigt ist (Bild 53 für $U_{g_1} = 40$ Volt.

Geändert wird die Steuerspannung U_{st_2} durch Ändern von U_{g_2}, der Spannung des zweiten Gitters, wobei dieses selbst schwach negativ und damit stromlos gemacht wird. Dadurch wird, wie bei Eingitterröhren, erreicht, daß die zum Steuern erforderliche Leistung vollständig Null wird. Es ist wieder eine

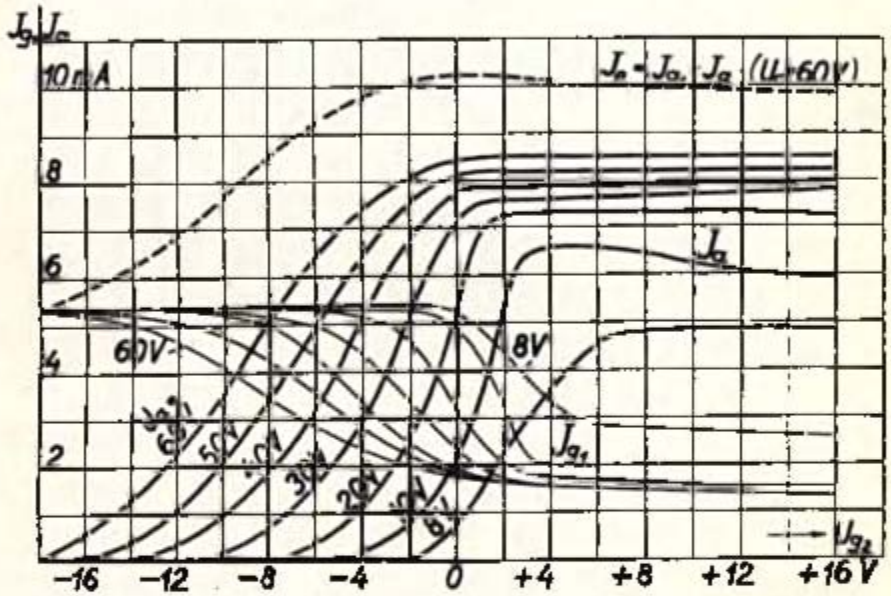


Bild 52. Raumladegitterröhre RE 074d. Verschiebung der ($J_a U_{g_2}$)-Kennlinien durch die Anodenspannungen um $D_2 U_a$. $U_{g_1} = 20$ Volt. (Gitterstrom-Kennlinien $J_{g_1} = f(U_{g_2})$ dünn eingezeichnet.)

gewisse Verschiebungsspannung $D_2 U_a + D_{12} U_{g_1}$ erforderlich, um bei negativer Vorspannung U_{g_2} ein Gebiet einzustellen, in dem sich J_a mit U_{g_2} stark ändert (= in dem die J_a-Kurven in Bild 52 und 53 möglichst steil verlaufen). Man kann hier die erforderliche Verschiebung durch ein hinreichend großes $D_{12} U_{g_1}$ erzeugen, dann kann ähnlich wie bei den Schutznetzröhren $D_2 U_a$

[1]) Die größeren Änderungen bei kleinerem U_{g_1} werden hauptsächlich dadurch hervorgerufen, daß bei negativem U_{st_2} die Elektronen um G_1 mehrmals hin und her tanzen, was bei positivem U_{st_2} wegfällt. Vgl. § 11b, Seite 100.

und damit D_2 der Durchgriff der Anode (die für Verstärker schädliche Anodenrückwirkung) beliebig klein gemacht werden. Praktisch hängt aber sowohl D_2 als auch D_{12} von der Lochweite des zweiten Gitters ab. Soll also $D_2 = 1/10 \cdot D_{12}$ werden, so kann dies nach (44 in § 9) nur dadurch geschehen, daß h_a = Abstand AG_2 etwa 10 mal größer als h_g = Abstand G_1G_2 gemacht wird.

Der eigentliche Zweck des Raumladegitters besteht darin, eine Kennlinie größerer Steilheit zu erhalten. Bei der Eingitter-

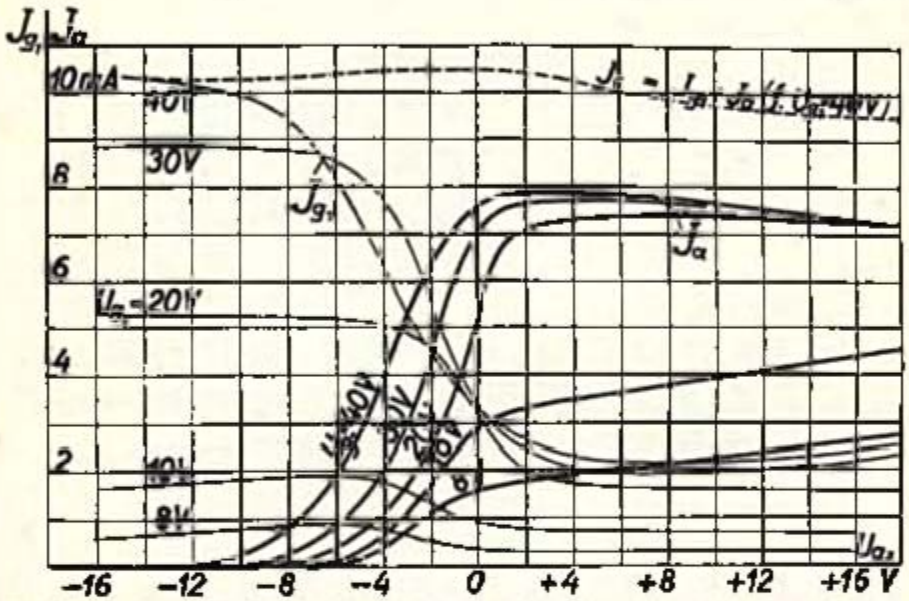


Bild 53. Raumladegitterröhre RE 074 d. Verschiebung der $(J_a U_{g_1})$-Kennlinien durch die Raumladegitterspannung um $D_{12} U_{g_1}$. $U_a = 20$ Volt. (Gitterstrom-Kennlinien $J_{g_1} = f(U_{g_2})$ dünn eingezeichnet.)

röhre verhindern nach § 5 die negativen Raumladungen zwischen Kathode und Gitter ein steiles Anwachsen des Stromes mit der Steuerspannung. Diese Raumladungen sollen durch das positive Raumladungsgitter beseitigt werden. Es treten dafür zwar in der Umkehrfläche, dem „Minimumpotential" vor dem zweiten Gitter entsprechende Raumladungen auf. Diese sind aber über die gesamte, viel größere Gitterfläche verteilt und daher viel weniger wirksam, als bei der Eingitterröhre, wo sie sich um den dünnen Heizdraht konzentrieren. Man sollte daher einen sehr steilen Anstieg der $(J_a U_{g_2})$-Kennlinien erwarten. Daß diese Erwartungen

praktisch nur zum Teil erfüllt werden, liegt hauptsächlich in der Ungleichmäßigkeit des elektrischen Feldes zwischen den beiden Gittern. Dadurch werden einerseits die Elektronenbahnen verschiedenartig gekrümmt, so daß sie die Fläche des Minimumpotentials nicht alle in gleicher Weise erreichen. Anderseits wird die „Inselbildung" (vgl. § 8, Bild 34) begünstigt, die

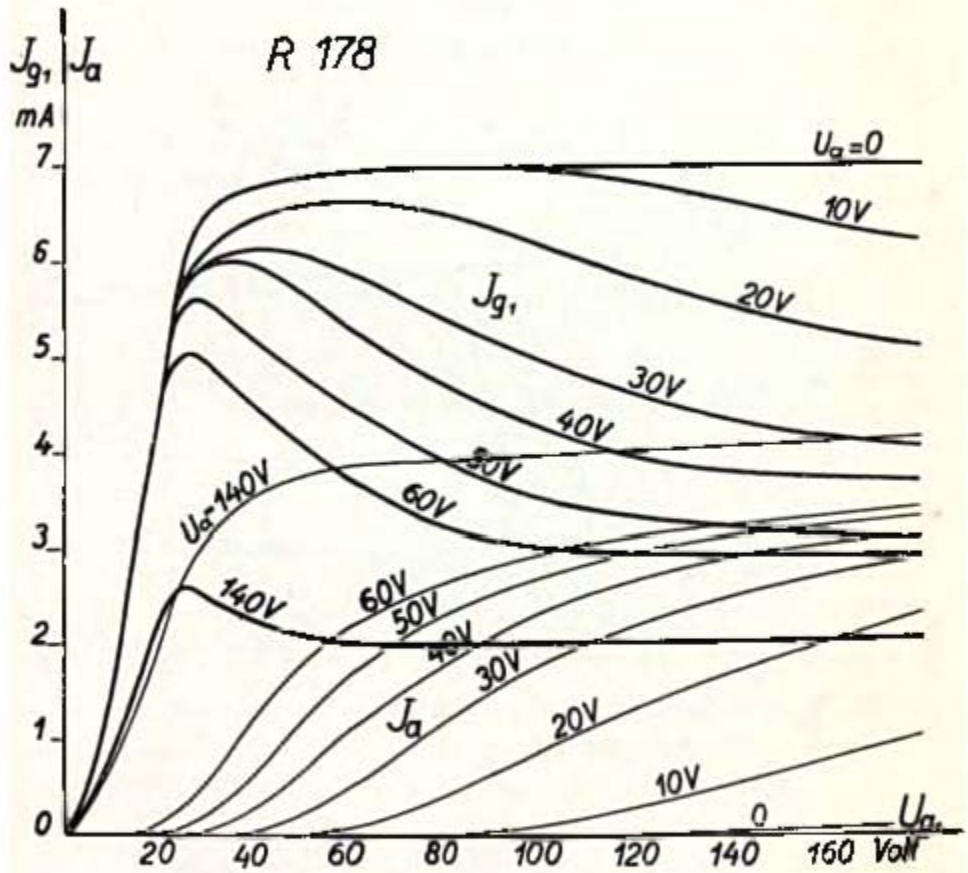


Bild 54. Fallende Raumladegitter-Kennlinien $J_{g_1} = f(U_{g_1})$ (dick) und Anodenstrom-Kennlinie $J_a = f(U_{g_1})$ (dünn). S. u. H.-Röhre R 178.

negativen Gitterstege von G_2 stoßen die Elektronen noch ab, während sie zwischen den Stegen schon hindurchfliegen können.

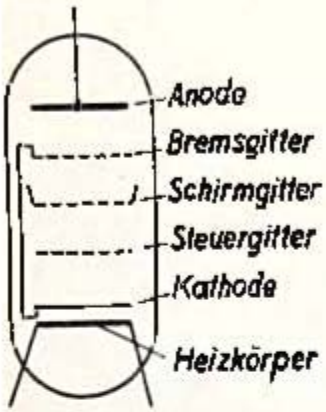
Der Umstand, daß die Spannung U_{g_1} des ersten Gitters auch mit einem Betrage $D_{12} U_{g_1}$ zu der Steuerspannung U_{st_2} beiträgt, bewirkt die merkwürdige Erscheinung, daß eine Erhöhung der Gitterspannung U_{g_1} eine Erniedrigung des Gitterstroms J_{g_1} zur

Folge haben kann, so daß eine „fallende Kennlinie“ entsteht *(Negadyn)*. Erhöhung von U_{g_1} erhöht auch $U_{g_{t_2}}$ und damit den durch das zweite Gitter zur Anode fließenden Stromanteil. Ist aber der Emissionsstrom durch hinreichend großes U_{g_2} schon gesättigt, so muß der Strom J_{g_1} um ebenso viel abnehmen, wie J_a zunimmt, weil die Summe gleich dem Sättigungsstrom bleibt. Im Bild 53 tritt das nur für $U_{g_1} = 30$ und 40 Volt deutlich ein. Dort liegt zwischen $U_{g_2} = -6$ und 0 Volt die J_{g_1}-Kurve für $U_{g_1} = 30$ Volt höher als die für $U_{g_1} = 40$ Volt. Bild 54, in dem J_{g_1} (und J_a) als Funktion von U_{g_1} aufgetragen sind, zeigt unmittelbar, wie die (J_{g_1}, U_{g_1}) — Kennlinien für $U_{g_1} > 30$ Volt, d. h. sobald der Emissionsstrom gesättigt ist, abfallen, und zwar nahezu um ebenso viel, wie J_a zunimmt.

c) **Dreigitterröhren (Penthoden).** Man kann die Vorteile des Raumladegitters und die des Schirmgitters vereinigen und eine Röhre mit drei Gittern, also insgesamt fünf Elektroden (Penthode) herstellen. Das erste Gitter erhält dann eine hohe positive Spannung (etwa 40 Volt) zur Überwindung der Raumladungen um die Kathode. Das zweite Gitter erhält eine schwach negative Vorspannung und ist das eigentliche Steuergitter. Das dritte ist das Schirmgitter, dem man eine etwas kleinere Spannung als der Anode gibt. Alle drei Gitter müssen getrennt herausgeführt und angeschlossen werden. Das ist für die Montage unbequem, und da das Raumladungsgitter meist nur geringe Vorteile bringt, wird eine solche Anordnung selten verwandt.

Dagegen kann es bei Schirmgitterröhren für größere Leistungen von Vorteil sein, zwischen Schirmgitter und Anode noch ein „Bremsgitter“ anzubringen, das man innerhalb der Röhre selbst mit der Kathode verbindet, so daß man keinen besonderen äußeren Anschluß dafür braucht (Bild 55). Dies Bremsgitter hat den Zweck, den Austausch von Sekundärelektronen zwischen Schirmgitter und Anode zu verhindern. Ohne Bremsgitter wechselt der Strom bei höheren Spannungen, wie in § 11c beschrieben und genau so wie in Bild 46 dargestellt, infolge der Sekundärelektronen zwischen Anode und Schirmgitter hin und her, je nachdem ob die Spannung der Anode

oder die des Schirmgitters größer ist (Bild 56). Bei größeren Leistungen liegt aber an der Anode eine hohe Wechselspannung,



Bremsgitterröhre (Penthode). Bild 55.

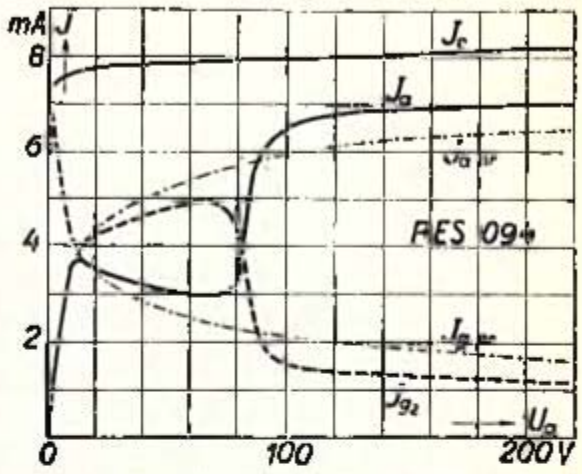


Bild 56. Kennlinien von Schirmgitterröhren ohne Bremsgitter. Stromwechsel infolge Sekundärelektronen.

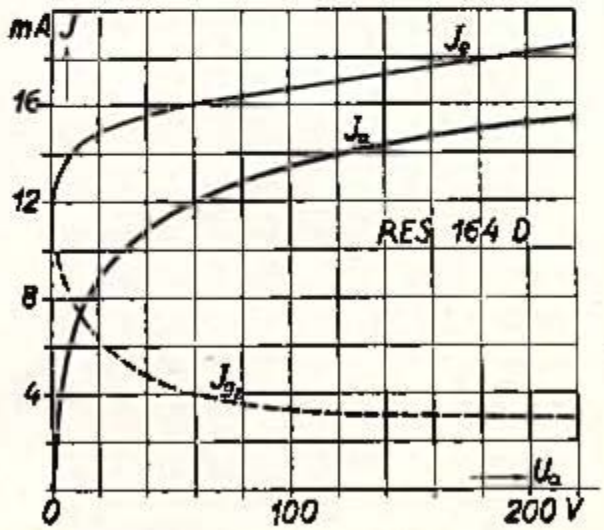


Bild 57. Kennlinien von Schirmgitterröhren mit Bremsgitter. Kein Stromwechsel.

so daß ein solches Umwechseln des Stromes und sonstige Unregelmäßigkeiten in der Kennlinie, die bei Sekundärelektronen leicht eintreten, schwer zu vermeiden sind. Sobald man ein Bremsgitter anbringt, erhält man vollkommen regelmäßig verlaufende Kennlinien (Bild 57) und zwar genau von der Form,

wie sie punktiert in Bild 56 für die Primärelektronen eingezeichnet sind. Die Sekundärelektronen, die ja gegen eine um 10 bis 20 Volt geringere Spannung nicht anlaufen können, werden durch das Bremsgitter vollkommen gesperrt, wenn dessen „resultierende Spannung" $U_r = U_{Br} + D_s U_s + D_a U_a$ nur um 10 bis 20 Volt unter U_s und U_a bleibt[1]). Da U_s und U_a meist über 100 Volt, U_{Br} aber 0 Volt ist, ist das stets der Fall, auch wenn U_a stark schwankt. Die Primärelektronen dagegen würden durch das Bremsgitter nur gehindert werden, wenn U_r Null oder negativ würde. Das ist wegen des stark positiven U_s und U_a nicht der Fall.

Es ist immer wieder erstaunlich, wie genau die Elektronen in Hochvakuumröhren die einfachen, für sie geltenden Gesetze befolgen, und wie man durch Beherrschung dieser Gesetze neue Lösungen, wie die des Bremsgitters, voraussagen kann, an die man sonst wohl nie denken würde.

§ 13. Technische Röhren.

a) **Allgemeiner Aufbau.** Bild 58 zeigt eine der ältesten in Deutschland hergestellten Röhren, die in ihrem inneren Aufbau im wesentlichen der ersten von Lee de Forest angegebenen Ausführungsform entspricht. Der 15 mm lange Heizdraht aus reinem Wolfram ist mit beiden Enden durch die Glaswand nach oben herausgeführt. Er biegt sich bei Erhitzen noch weiter nach unten durch, so daß sich seine Mitte, aber auch nur diese(!) sehr nahe an das stegförmige Gitter legt. Die Anode besteht aus einem ebenen Blech unmittelbar unter dem gleichfalls ebenen Gitter. Beide sind nach unten durch die Glaswand herausgeführt. Die in Bild 28, 44 und 45 gezeichneten Kennlinien stammen von dieser Röhre. $S_{max} = 0{,}12$ mA/V ist so klein, weil sich bei normaler Heizung schon so bald Sättigung bemerkbar macht, daß das $J = kU^{3/2}$-Gesetz gar nicht mehr zu erkennen ist. Das wirksame $(1/r)_{eff} = 4$ ist daher aus der Kennlinie bei verstärkter Heizung bestimmt, was auch da nur angenähert möglich ist.

[1]) U_{Br} ist die tatsächliche Spannung am Bremsgitter, U_s die „resultierende Spannung" am Schirmgitter.

Bild 59 zeigt den Übergang zur zylindrischen Form, die bis heute noch zum Teil beibehalten ist (vgl. Bild 60, 61 und 62). Der Heizdraht wird durch federnde Halter stets straff gehalten, er geht durch die Zylinderachse. Das oder die Gitter bestehen aus Drähten, die spiralig möglichst eng um den Heizdraht herumlaufen. Die einzelnen Windungen sind meist an einem dickeren,

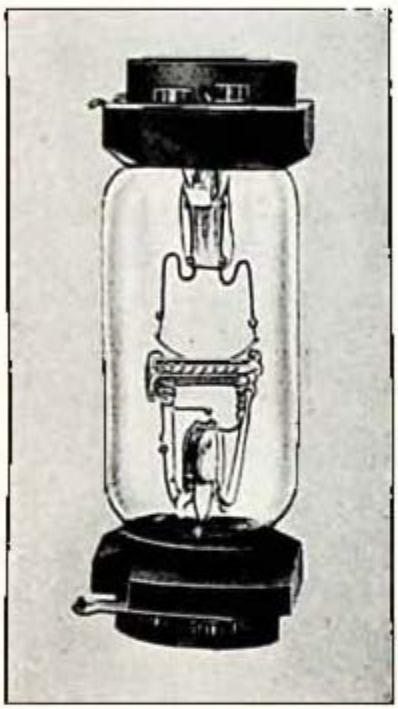


Bild 58. Alte Röhre (1916) in $^2/_3$ der natürlichen Größe.
$U_h = 2{,}5$ Volt; $J_h = 0{,}52$ A.
$J_s \approx 1{,}8$ mA; $D = 10\,\%$.
$l = 15$; $r \approx 0{,}5$; $(l/r)_{eff} \approx 4$.
$S_{max} = 0{,}12$ mA/V
für $U_{st} = 8$ Volt.

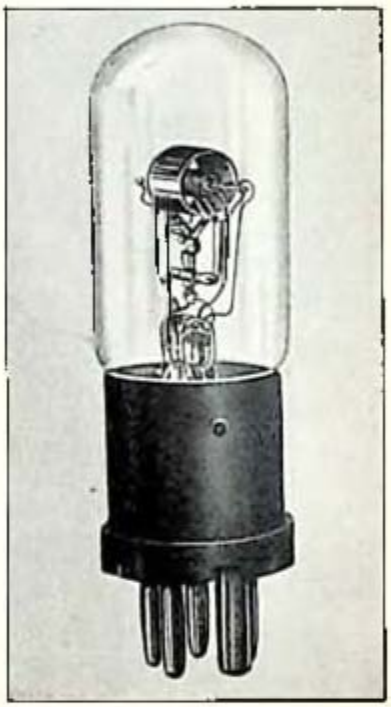


Bild 59. Alte Röhre (1917) in $^2/_3$ der natürlichen Größe. Doppelgitterröhre.

geraden Steg (in Bild 62 mit St bezeichnet) angeschweißt. Die röhrenförmige Anode umschließt das Ganze. Die gesamte Anordnung wird zunächst gemeinsam auf einem „Quetschfuß" (Q in Bild 60) aus Glas fertig aufmontiert. Dieser wird dann mit der Glasglocke verschmolzen und nach dem Auspumpen „gesockelt", d. h. mit den Steckanschlüssen unten versehen. Fast alle neue-

ren Verstärker-Röhren werden in dieser Weise hergestellt, sehen daher äußerlich alle ähnlich wie Bild 59 aus. Nur ist die Glaswand innen meistens durch das Gettern mehr oder weniger verspiegelt, so daß man nur schlecht hindurchsehen kann. Bei manchen Röhren wird überdies noch außen auf die Glasglocke ein Metallüberzug aufgebracht, der geerdet wird, um äußere elektrostatische Felder fernzuhalten.

Bei Röhren mit längeren Heizdrähten (das sind besonders solche mit Bariumkathode, vgl. später) verwendet man hauptsächlich die Kastenform. Vgl. Bild 63 bis 66. Der Heizdraht wird meist zickzackförmig in einer Ebene hin und her geführt, das Gitter über einen Rahmen gewickelt, so daß es die Heizdrähte möglichst nahe umschließt, das ganze dann von dem prismaförmigen Anodenblech umgeben.

b) Die Heizung. Die Heizspannung ist bei allen kleineren Röhren in Deutschland normalisiert auf $U_h = 4$ Volt. Die Temperatur T ist so bemessen, daß bei $U_h = 4{,}2$ Volt die Lebensdauer noch groß bleibt, und beim Absinken auf $U_h = 3{,}8$ Volt oder noch tiefer im normalen Arbeitsgebiet noch keine merkliche Sättigung eintritt. Durch T und U_h ist für jede Drahtdicke eine bestimmte Länge des Heizdrahtes festgelegt[1]). Welche Dicke und damit Länge man wählt, hängt von der Heizstromstärke ab, die man aufwenden will.

Bei RE 064 ist ein extrem dünner Draht von etwa 0,02 mm Durchmesser gewählt worden, damit die Stromstärke J_h möglichst klein werde. Sie beträgt nur etwa 60 mA. Der Widerstand ist dann so groß, daß schon bei $l = 25$ mm der gewünschte Spannungsabfall von $U_h = 4$ Volt eintritt.

RE 144 ist auch eine Thoriumröhre, erfordert also dieselbe Temperatur wie RE 064. Um diese zu erzeugen ist hier aber eine fast 3mal so große Heizleistung erforderlich; der Heizstrom ist 0,17 A gegenüber 0,06 A bei gleicher Heizspannung.

---

[1]) Vgl. Tafel I in § 3b. Diese gilt freilich nur für so extrem dünne Drähte, daß die Wärmeleitung gegenüber der Strahlung zu vernachlässigen ist.

Der Grund liegt darin, daß der Heizdraht in Rücksicht auf die mechanische Haltbarkeit doppelt so dick gewählt ist. Dadurch wird die Wärmestrahlung durch die Oberfläche je Längeneinheit verdoppelt, die Wärmeleitung durch den Querschnitt vervierfacht und außerdem nochmals verdoppelt, insgesamt also verachtfacht, weil der Heizdraht in der Mitte nochmals gehalten und damit dort auch abgekühlt wird. Der Widerstand je Längen-

---

Innerer Aufbau neuerer Verstärkerröhren.

Natürliche Größe. Maße in Millimetern.

J_h, J_e und J_s in mA; S in mA/Volt.

J_h und J_s nach Angaben der Firmen.

$U_h = 4$ Volt für alle Röhren.

l = Länge des Heizdrahtes.

r = Abstand Gitter — Heizdraht.

h = Abstand Gitter — Anode.

d = Abstand der Gitterdrähte untereinander.

g = Durchmesser der Gitterdrähte.

Berechnungen nach den Formeln (62) bis (67).

RE 064. Thorium.

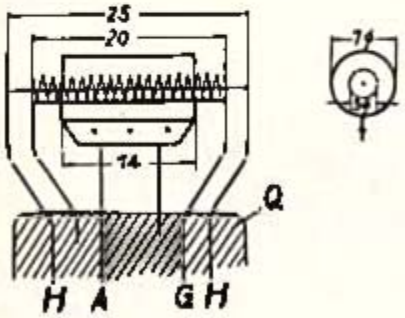


Bild 60.

$J_h = 60$; $J_s = 7$.
$l = 25$; $r = 1{,}5$.
$l/r = 16{,}7$; $(l/r)_{eff} = 9$.
$d = 1{,}1$; $h = 2$; $g = 0{,}1$.
$D_{ber} = 10{,}5\,\%$; $D_{gem} = 10\,\%$.
$K' = 0{,}11$; $S = 0{,}17\sqrt{U_{st} - 2}$.

RE 144. Thorium.

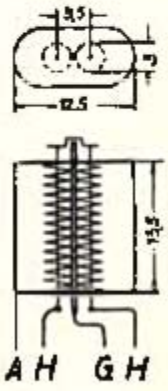


Bild 61.

$J_h = 2 \cdot 85 = 170$; $J_s = 20$.
$l = 2 \cdot 17 = 34$; $r = 1{,}5$.
$l/r = 22{,}5$; $(l/r)_{eff} = 11$.
$d = 1$; $h = 2$; $g = 0{,}1$.
$D_{ber} = 9\,\%$; $D_{gem} = 10\,\%$.
$K' = 0{,}13$; $S = 0{,}2\sqrt{U_{st} - 2}$.

einheit ist 1/4. Das ergibt bei 3fachem Strom eine 4/3 mal größere Länge, 34 statt 25 mm, um wieder den gewünschten Spannungsabfall von 4 Volt zu erhalten.

RE 034 ist eine Bariumröhre, hat auch einen 0,04 mm dicken Heizdraht. Wegen der viel tieferen Heiztemperatur kommt man aber trotz des 4fachen Querschnitts fast mit derselben Heizstromstärke aus, wie bei RE 064. Daher wird die Drahtlänge für 4 Volt jetzt 80 mm, d. h. mehr als 3 mal so lang! Alle Bariumröhren brauchen wegen der tieferen Temperatur einen kleineren Heizstrom, daher einen größeren Widerstand, d. h. größere Drahtlänge, wie entsprechende Thorium- oder gar Wolframröhren für 4 Volt.

RE 134 hat nahezu die gleiche Drahtsorte wie RE 034. Es sind nur 2 Drähte parallel geschaltet, wodurch natürlich der gesamte Heizstrom verdoppelt wird. Die Drahtlänge (3 · 27 = 81 mm) jedes der an 4 Volt liegenden beiden Teile ist dieselbe wie bei RE 034.

Man beachte, daß besonders bei allen Bariumröhren für größere Steuerspannungen der Anodenstrom J_a wesentlich größer als 5% von J_h wird, infolge zusätzlicher Heizwirkung von J_a also die in Bild 6, § 3c gezeichnete sehr ungleichmäßige und

REN 1104. Barium. Indirekt geheizt.

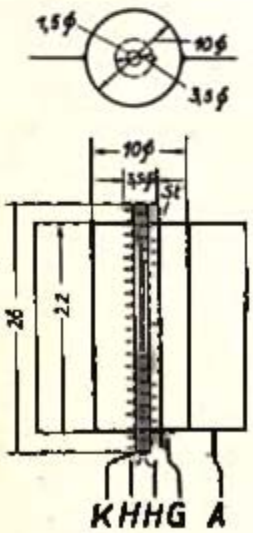


Bild 62.

$J_h = 1000$; $J_a = 40$.

$l = 26$; $r_g = 1{,}75$; $r_k = 0{,}75$.

$$\frac{l}{\beta^2 \cdot r_g} = \frac{26}{0{,}4 \cdot 1{,}75} = 37; \quad \left(\frac{l}{\beta^2 \cdot r_g}\right)_{eff} = 25.$$

$d = 1{,}3$; $h = 3{,}25$; $g = 0{,}1$.

$D_{gem} = 9\%$; $D_{ber} = 10\%$.

$U_{st} =$	4	8	12	16	20	24.
$J_a =$	4	8	13	20	28	40.
$K' =$	0,5	0,35	0,31	0,31	0,31	0,34.

$K'_{mittel} = 0{,}32$; $S = 0{,}48\sqrt{U_{st}}$.

von J_a, d. h. vom Arbeitspunkt abhängige Verteilung der Emission längs des Heizdrahtes eintritt, die unter Umständen zu der dort besprochenen Labilität führen kann.

c) Die Raumladungskennlinien. Nach der in § 5a besprochenen Raumladungstheorie soll die Kennlinie von Gitterröhren nach dem in § 8 abgeleiteten Gesetz (39)

$$J_e = K' \cdot U_{st}^{3/2} = K'(U_g + DU_a)^{3/2}$$

verlaufen. Daraus folgt:

$$K' = \frac{J_e}{(U_{st})^{3/2}} = \frac{J_e}{(U_g + DU_a)^{3/2}} \tag{62}$$

Nach dieser Formel ist K' für die indirekt geheizte Röhre REN 1104 berechnet worden, indem aus den gemessenen Kennlinien die zusammengehörigen Werte von J_e, U_g und U_a entnommen wurden. Man sieht, daß hier tatsächlich K' für U_{st}

RE 034. Barium.

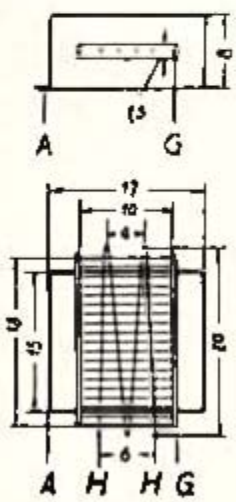


Bild 63.

$J_h = 65$; $J_s = 15$.
$l = 4 \cdot 20 = 80$; $r = 0{,}8$.
$l/r = 100$; $(l/r)_{eff} = 35$.
$d = 1$; $h = 3$; $g = 0{,}15$.
$D_{ber} = 3{,}9\%$; $D_{gem} = 3{,}8\%$.
$K' = 0{,}49$; $S = 0{,}73\sqrt{U_{st} - 2}$.

RE 134. Barium.

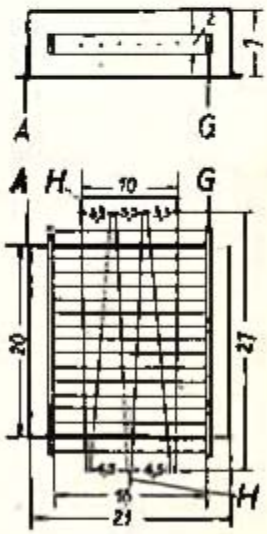


Bild 64.

$J_h = 2 \cdot 75 = 150$; $J_s = 50$.
$l = 6 \cdot 27 = 162$; $r = 1$.
$l/r = 162$; $(l/r)_{eff} = 40$.
$d = 1{,}5$; $h = 2{,}4$; $g = 0{,}15$.
$D_{ber} = 12{,}1\%$; $D_{gem} = 10\%$.
$K' = 0{,}50$; $S = 0{,}75\sqrt{U_{st} - 2}$.

> 4 Volt ziemlich konstant herauskommt, das Raumladungsgesetz also gültig ist. Vgl. die Angaben bei Bild 62.

Bei den direkt geheizten Röhren ist nach § 5 b, Bild 14 für $U_{st} > 4$ Volt als Bezugspunkt für U_{st} die Mitte des Heizdrahts zu wählen, die gegen das negative Ende des Heizdrahts gemessenen Spannungen also um $\frac{1}{2} U_h = 2$ Volt zu verkleinern. Dann ergibt sich die Formel

$$J_e = K' (U_{st} - 2)^{3/2} \text{ für } U_{st} > 4 \text{ Volt}$$

(63)
$$K' = \frac{J_e}{(U_{st} - 2)^{3/2}} = \frac{J_e}{(U_g + D U_a - 2)^{3/2}}.$$

Setzt man nach dieser Formel wieder die Werte aus den gemessenen Kennlinien ein, so erhält man bei den Röhren mit

---

RE 604. Barium.

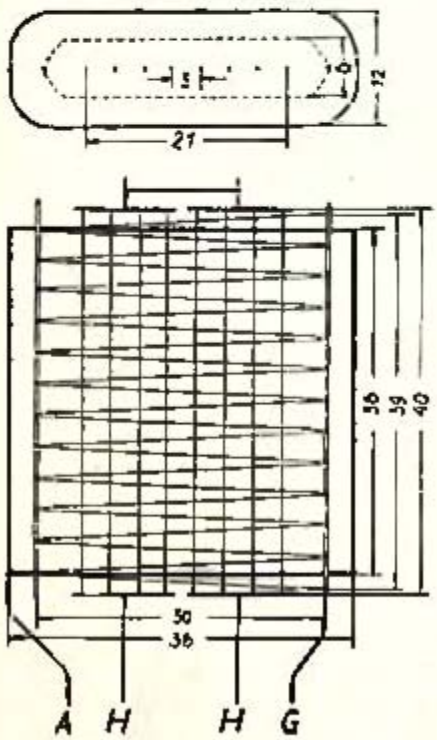


Bild 65.

$J_h = 4 \cdot 162 = 650$, $J_a = 200$.

$l = 8 \cdot 40 = 320$; $r = 3$.

$l/r = 107$; $(l/r)_{eff} = 33$.

$d = 3{,}54$; $h = 3$; $g = 0{,}2$.

$D_{ber} = 32{,}5\%$; $D_{gem} = 27\%$.

$K'_{mittel} = 0{,}34$; $S = 0{,}51 \sqrt{U_{st} - 2}$.

$U_{st} - 2 =$	10	20	30	40	50.
$J_e =$	12	31	55	85	120.
$K' =$	0,380	0,345	0,334	0,336	0,340.

geringem Sättigungsstrom für K′ ziemlich verschiedene Werte. Zu Anfang für $U_{st} < 6$ Volt ist K′ größer, weil ja die Kennlinie nicht bei $U_{st} = 2$ Volt Null wird, das Abziehen von $\frac{1}{2}U_h$ nur für größeres U_{st} gilt. Außerdem bewirken dort Kontaktpotentiale und das Größerwerden von D Unregelmäßigkeiten. Bei großem U_{st}, wenn $J_a > \frac{1}{2}J_s$ wird, macht sich allmählich schon die Sättigung bemerkbar, wodurch K′ wieder kleiner wird. Bei den Röhren mit niedriger Sättigung gehen beide Gebiete ineinander über, so daß die Angabe eines bestimmten K′ ziemlich willkürlich ist. Bei den Röhren mit hohem Sättigungsstrom ergibt sich aber ein weites Gebiet, in dem K′ recht konstant ist, ein Zeichen, daß das Raumladungsgesetz dort gut erfüllt ist. (Vgl. die Angaben bei RE 604 unten.)

Für die zylindrische Anordnung sollte sein

$$K' = \frac{K}{(1+D)^{3/2}} = \frac{0{,}01465}{(1+D)^{3/2}\beta^2}\left(\frac{l}{r}\right)_{eff} \tag{64}$$

$$\frac{1}{\beta^2}\left(\frac{l}{r}\right)_{eff} = K'\frac{(1+D)^{3/2}}{0{,}01465}.$$

Es läßt sich nach dieser Formel aus den Kennlinien und der aus ihnen gewonnenen Raumladungskonstante K′ ein wirksames $\left(\frac{l}{r}\right)_{eff}$ für eine Röhre berechnen. Das ist für sämtliche Röhren durchgeführt. Zum Vergleich ist überall das tatsächliche, aus den Röhrenabmessungen l und r berechnete l/r angegeben. Für nicht zylindrische Anordnungen verliert r, der Radius des zylindrischen Gitters, seinen Sinn. Es wurde aber auch hier ein l/r berechnet, indem für r der kleinste Abstand des Gitters von den Heizdrähten eingesetzt wurde.

Bei den zylindrischen Röhren RE 064 und 144 ergibt sich $(l/r)_{eff}$ nur etwa halb so groß wie l/r. Der Hauptgrund liegt in dem Temperaturabfall des Heizdrahtes nach den Enden zu, wie schon in § 3b und 5b, Bild 15 hervorgehoben wurde. Bei REN 1104 ist $(l/r)_{eff}$ verhältnismäßig größer, nämlich gleich $^2/_3$ l/r, weil infolge der indirekten Heizung die Temperaturverteilung viel

gleichmäßiger ist. Hier ist wegen des großen Durchmessers der Kathode ($r_k = 0{,}75$ mm) der Korrekturfaktor β^2 nicht mehr gleich 1 zu setzen. Nach Tafel II in § 5 a ist für $r_g/r_k = 2{,}3$, $\beta^2 = 0{,}4$.

Bei den direkt geheizten kastenförmigen Bariumröhren ist $(l/r)_{eff}$ verhältnismäßig noch kleiner, nämlich nur etwa $^1/_3$ l/r. Das liegt einerseits daran, daß infolge der tiefen Temperatur die Temperaturverteilung noch ungünstiger ist, anderseits daran, daß das Gitter die einzelnen Heizdrähte nicht umschließt und als r nur der eine kleinste Abstand des Gitters eingesetzt wurde. Trotzdem ist $(l/r)_{eff}$ absolut infolge des sehr viel größeren l doch noch wesentlich größer als bei Thoriumröhren gleicher Heizleistung.

d) Steilheit und Durchgriff. So lange die Raumladungsformeln (62) oder (63) gültig sind, d. h. nach den soeben besprochenen Ergebnissen für $U_{st} > 6$ Volt, aber unter der Voraussetzung, daß sich noch keine Sättigung bemerkbar macht, muß für die Steilheit die Formel gelten

$$(65)\quad S = \left(\frac{\partial J_a}{\partial U_g}\right)_{U_a} = \frac{3}{2} K' \sqrt{U_{st}} \quad \text{resp.} \quad = \frac{3}{2} K' \sqrt{U_{st} - 2}$$

oder auch

$$(66)\quad S = \frac{3}{2} K'^{2/3} \sqrt[3]{J_a}. \qquad (J_a \text{ in mA; } S \text{ in mA/V.})$$

Für einen bestimmten, durch U_{st} gekennzeichneten Arbeitspunkt ist daher S proportional zu K' und damit zu $(l/r)_{eff}$. Ohne Angabe des Arbeitspunktes lassen sich aber Röhren mit hoher Sättigung durch einen bestimmten Zahlwert für die Steilheit S der Röhre nicht mehr richtig kennzeichnen. Denn die maximale Steilheit dicht bei der Sättigung ist praktisch meist ohne Interesse. Eine solche Angabe hatte nur bei den alten Röhren einen Sinn, wo infolge der frühen Sättigung die maximale Steilheit tief unten auf der Kennlinie lag und der Arbeitspunkt meist gerade dorthin verlegt wurde. In den Prospekten wird für RE 134 $S = 2$ und für RE 604 $S = 3{,}5$ mA/V angegeben. Der erstere Wert gilt für $U_{st} = 9$, der letztere für $U_{st} = 50$ Volt.

In Wirklichkeit verläuft die Kennlinie für gleiches U_{st} bei RE 134 erheblich steiler (K = 0,5 gegenüber 0,34)! Der Grund liegt in dem dreimal kleineren Abstand des Gitters vom Heizdraht bei RE 134.

Praktisch ist freilich der Arbeitspunkt durch die vorgeschriebenen Anoden- und Gittergleichspannungen einigermaßen festgelegt, so daß eine Angabe der Steilheit für diesen Punkt für den normalen Gebrauch der Röhre von Wichtigkeit ist. Die Güte einer Röhre an sich wird aber besser durch die Raumladungskonstante K' oder das wirksame $(l/r)_{eff}$ gekennzeichnet.

Der Durchgriff D wurde für sämtliche Röhren nach der für die ebene Anordnung gemäß Bild 36 in § 9 angegebenen Näherungsformel (44) berechnet

$$D_{ber} = \frac{d}{2\pi h} \ln \frac{d}{2\pi c} = \frac{d}{\pi b} \ln \frac{d}{\pi g}. \tag{67}$$

Dabei ist

d = mittlerer Abstand der Gitterdrähte voneinander, bei spiralig gewickelten Gittern also die Steigung oder Ganghöhe der Spirale;

h = Abstand der Anode vom Gitter;

g = 2c der Durchmesser der Gitterdrähte (0,1 bis 0,2 mm).

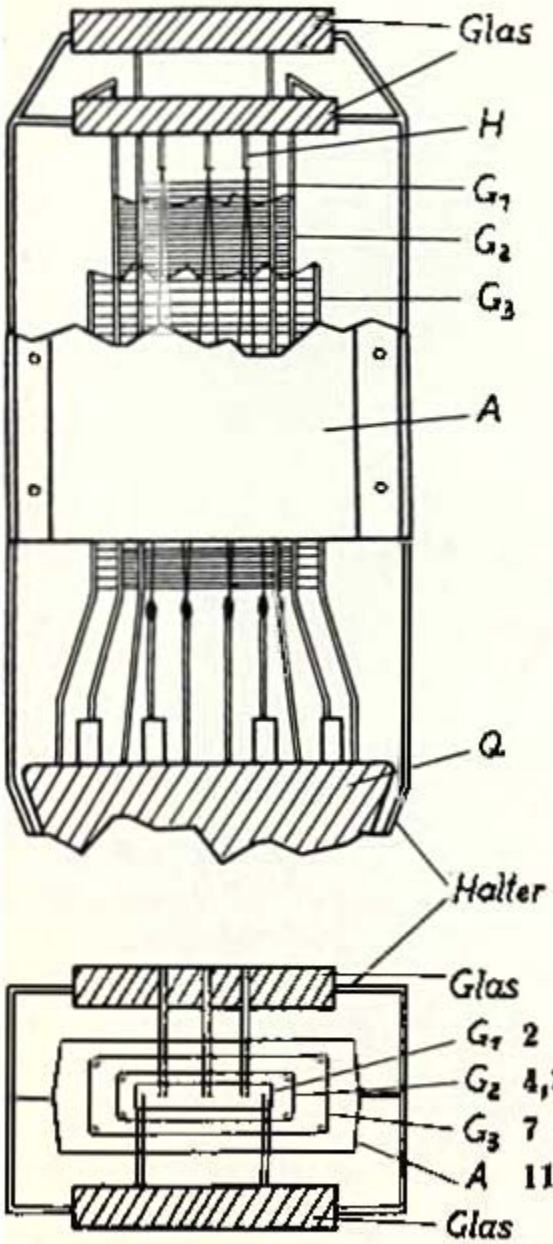
Auch die zylindrischen Anordnungen wurden nach dieser Formel berechnet, also als eben betrachtet. Da die Näherungsformel (67) an sich schon ziemlich roh ist, z. B. die Raumladungen gar nicht berücksichtigt, sollte man erhebliche Abweichungen erwarten. Es ist daher um so erstaunlicher, wie gut die so berechneten Werte D_{ber} mit den tatsächlich gemessenen Werten D_{gem} bei allen Röhren übereinstimmen. — Die Formel (67) zeigt ferner, daß man in der Fabrikation besonders d und h auf einige Prozente, d. h. auf unter $^1/_{10}$ mm genau einhalten muß, wenn der Durchgriff einer Röhrentype auf wenige Prozente genau gleich sein soll.

e) **Die Penthode.** Bild 66 zeigt als Vertreter einer Mehrgitterröhre eine Penthode. Die drei Gitter sind auf Rahmen von immer größer werdenden lichten Weiten übereinander gewickelt. Die Drahtstärke g ist bei allen 0,125 mm, die

Valvo L 495 D. Barium.

Penthode mit Steuer- (G_1), Schutz- (G_2) und Bremsgitter (G_3).

$$U_{steff} = U_{g_1} + D_1 U_{g_2} + D_3 U_a - 2.$$



$I_h = 2000$; $J_s > 200$.

$l = 6 \cdot 48 = 288$; $r = 1$.

$l/r = 288$; $(l/r)_{eff} = 36$.

$d_1 = 1{,}7$; $k_1 = 1{,}15$.

$d_2 = 1{,}52$; $k_2 = 1{,}35$.

$d_3 = 1{,}9$; $k_3 = 2{,}0$.

$g_1 = g_2 = g_3 = 0{,}125$.

$D_{1ber} = 34{,}6\%$.

$D_{2ber} = 24{,}3\%$.

$D_{3ber} = 23{,}9\%$.

$D_{1gem} = 32\%$.

$D_{aber} = D_1 D_2 D_3 = 2{,}0\%$.

$D_{agem} = 1{,}67\%$.

$K' = 0{,}35$.

$S = 0{,}51 \sqrt{U_{st} - 2}$.

Bild 66.

Steigungen d verschieden groß. Die Anode umschließt das Ganze. Da das dritte Bremsgitter mit der Kathode verbunden ist, also die Spannung $U_{g_3} = 0$ hat, tragen zur Steuerspannung nur U_{g_1} direkt, U_{g_2} mit dem Durchgriff D_1 des zweiten Gitters durch das erste und U_a mit dem Durchgriff $D_a = D_1 D_2 D_3$ durch alle drei Gitter bei. Der aus dem Kennlinienverlauf gemessene Wert $D_3 = 1{,}67\,\%$ ist rund 20mal kleiner als $D_1 = 32\,\%$. Wenn daher, wie üblich, die Schutzgitterspannung $U_{g_2} = {}^1/_2 U_a$ gewählt wird, so ist der Beitrag von U_a nur 10 % von dem von U_{g_2}. Praktisch ist daher die Schutzgitterspannung U_{g_2} fast allein maßgebend für den Arbeitspunkt auf der Kennlinie. Die Raumladungskonstante K' wurde aus der Anodenstromkennlinie berechnet. Von dem Emissionsstrom geht aber ein nicht unerheblicher Teil zum Schutzgitter hinüber (etwa 20 %). Daraus erklärt es sich zum Teil, daß das aus K_a berechnete $(1/r)_{eff}$ hier nur ${}^1/_8$ von 1/r ist. Zum andern Teil liegt wieder der Grund darin, daß das Gitter die Heizdrähte ja durchaus nicht, wie in der Rechnung angesetzt, rund herum im Abstand von 1 mm umgibt. — Es wurden hier nach der Näherungsformel (67) die Durchgriffe jedes Gitters durch das vorhergehende einzeln berechnet und durch Multiplikation daraus $D_a = D_1 D_2 D_3 = 2{,}0\,\%$ gefunden. Da sich hierbei die drei Fehler auch multiplizieren, stimmt der gemessene Wert $D_a = 1{,}67\,\%$ recht befriedigend mit dem berechneten überein.

Diese zahlenmäßigen Rechnungen sollen zeigen, daß man das ganze Verhalten der Elektronenröhren rein theoretisch, allein aus den gegebenen Abmessungen, etwa mit derselben Genauigkeit vorausberechnen kann, wie Dynamomaschinen. Durch Einführung gewisser „Erfahrungskoeffizienten", die dann aber nur für gewisse Typen richtig sind, könnte man hier wie dort die Genauigkeit der Berechnung noch vergrößern. Das hat aber bei Elektronenröhren praktisch wenig Wert, weil man durch Herstellen einiger Versuchsröhren meist schneller und besser zum Ziele kommt, ein Verfahren, das bei Dynamomaschinen wesentlich kostspieliger ist.

B. Theorie der Schaltungen.

Bei der praktischen Anwendung der Elektronenröhren müssen diese immer mit sonstigen elektrischen Apparaten und Anlagen zusammenarbeiten. Es ist daher wichtig, sich über einige Grundsätze, die für elektrische Stromsysteme ganz allgemein gelten, klar zu werden. Sie können hier nur in großen Zügen geschildert, auf eine exakte Ableitung muß verzichtet werden.

§ 14. Gerichtete Wechselstromgrößen.

Eine sich sinusförmig ändernde Größe $i = J \cos(\omega t + \varphi)$ kann man darstellen durch die Projektion eines mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω umlaufenen Vektors von der Amplitude J auf eine horizontale Achse, von der aus der veränderliche Winkel $\omega t + \varphi$ gezählt wird (Bild 67). Die senkrechte Komponente $i' = J \sin(\omega t + \varphi)$ interessiert im allgemeinen nicht; sie wird nur zu Hilfe genommen, um die unanschauliche, ungleichförmige, auf der horizontalen Achse hin- und hergehende Bewegung, die der Endpunkt von i eigentlich ausführt, in die anschauliche, gleichförmige Kreisbewegung überzuführen.

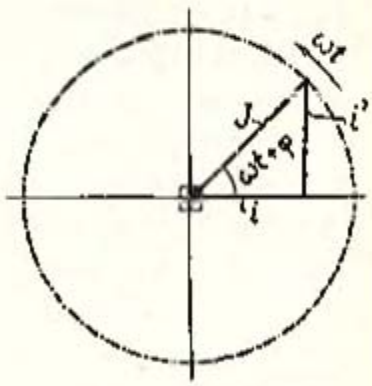


Bild 67. Umlaufender Stromvektor.

Ganz dasselbe kann man rechnerisch durch den komplexen Ansatz erreichen:

$$(68) \quad i + j i' = J[\cos(\omega t + \varphi) + j \cdot \sin(\omega t + \varphi)] = J \varepsilon^{j(\omega t + \varphi)}.$$

$$(j = \sqrt{-1}).$$

Durch diesen Ansatz wird auch in der komplexen Ebene ein rotierender Punkt dargestellt. Es interessieren auch hier im allgemeinen nur die reellen Teile dieser Gleichung (= horizontale Komponenten), die ebenso wie die imaginären (= vertikale Komponenten) unter sich gleich sein müssen. Man kann mit diesem komplexen Ansatz auch beliebige Größen $(i_1 + j i_1')$, $(i_2 + j i_2')$, . . . addieren oder subtrahieren. Weil sich dabei Reelles und Imaginäres nicht vermischt, so ist die Summe der reellen Teile $i_1 + i_2$ gleich dem reellen Teil von der Summe. Es ist

$$(69)\qquad \begin{aligned}(i_1 + j i_1') + (i_2 + j i_2') &= J_1 \varepsilon^{j(\omega t + \varphi_1)} + J_2 \varepsilon^{j(\omega t + \varphi_2)} \\ &= (J_1 \varepsilon^{j\varphi_1} + J_2 \varepsilon^{j\varphi_2}) \varepsilon^{j\omega t} = (\mathfrak{J}_1 + \mathfrak{J}_2) \varepsilon^{j\omega t}.\end{aligned}$$

$\mathfrak{J}_1 = J_1 \varepsilon^{j\varphi_1}$ und $\mathfrak{J}_2 = J_2 \varepsilon^{j\varphi_2}$ = *„komplexe"* oder *„gerichtete" Amplituden.*

Daher ist die Summe der reellen Teile: $i_1 + i_2$ = reeller Teil von $(\mathfrak{J}_1 + \mathfrak{J}_2) \varepsilon^{j\omega t}$.

Ändern sich alle Größen sinusförmig mit der gleichen Kreisfrequenz ω, so kann man den Faktor $\varepsilon^{j\omega t}$ in allen linearen Gleichungen fortheben. In der graphischen Darstellung bedeutet dies, daß man von der Rotation der Vektoren absehen kann, wenn sie alle mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit ω rotieren und es nur auf ihre gegenseitige Lage ankommt. *Die Zeit t fällt dann vollständig heraus!* Es bleiben algebraisch allein Gleichungen zwischen den gerichteten Amplituden $\mathfrak{J} = J \varepsilon^{j\varphi}$, die geometrisch in der komplexen Ebene durch einen ruhenden Vektor dargestellt werden, der einen absoluten Betrag $|\mathfrak{J}| = J$ und einen Phasenwinkel φ gegen die positive reelle Achse besitzt. Alle Additionen sind dann nur vektoriell, den Phasenverschiebungen entsprechend vorzunehmen (Bild 68), wobei besonders zu beachten ist, daß

(70) *bei großen Phasenverschiebungen die Summe kleiner als die einzelnen Teile werden kann.*

Normaler Weise lassen sich die Zusammenhänge zwischen allen elektrischen Strömen i und Spannungen u in einer beliebigen Schaltung mathematisch durch eine Reihe von Gleichungen aus-

drücken, die in i und u alle linear sind. Außer den Gleichungen

(71) $i_0 = i_1 + i_2 + \cdots$ für alle Stromverzweigungsstellen (Bild 69) und

(72) $u_0 = u_1 + u_2 + \cdots$ für alle geschlossenen Flächen (Bild 70)

kommen nur noch Gleichungen vor von der Form:

$$(73)\quad u = R \cdot i; \qquad u = L\frac{di}{dt};$$

$$i = G \cdot u; \qquad i = C\frac{du}{dt}.$$

Die Ohmschen Widerstände R, die Induktivitäten L, die Leitwerte G und die Kapazitäten C können dabei in allen normalen Fällen als konstant angesehen werden. Bei sinusförmigen Wechselströmen gehen diese Gleichungen durch die Ansätze $i_h = \mathfrak{J}_h\, \varepsilon^{j\omega t}$; $u_h = \mathfrak{U}_h\, \varepsilon^{j\omega t}$ über in

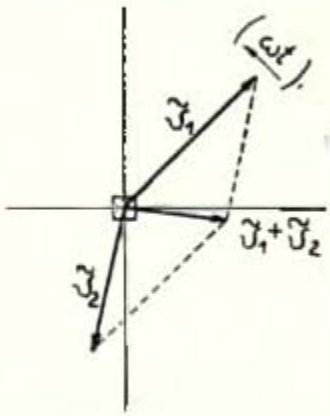


Bild 68. Addition von gerichteten Amplituden.

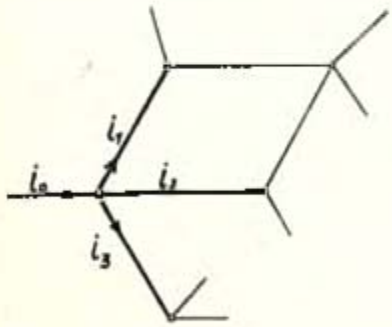


Bild 69. Summe aller Ströme gleich null für alle Verzweigungspunkte.

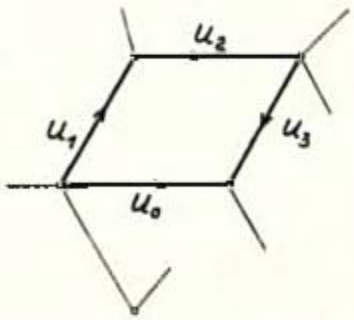


Bild 70. Summe aller Spannungen gleich null für alle geschlossenen Flächen.

$$(74)\quad \mathfrak{J}_0 = \mathfrak{J}_1 + \mathfrak{J}_2 + \cdots$$

$$(75)\quad \mathfrak{U}_0 = \mathfrak{U}_1 + \mathfrak{U}_2 + \cdots$$

$$(76)\quad \mathfrak{U} = R\mathfrak{J}; \quad \mathfrak{U} = j\omega L\mathfrak{J}; \quad \mathfrak{J} = G\mathfrak{U}; \quad \mathfrak{J} = j\omega C\mathfrak{U}.$$

Der Faktor $\varepsilon^{j\omega t}$ kürzt sich überall heraus.

Obwohl es sich um zeitlich schwankende Wechselströme und -spannungen handelt, kommt die Zeit in diesen Gleichungen überhaupt nicht mehr vor. Man kann mit diesen komplexen, gerichteten Amplituden $\mathfrak{U}$ *und* $\mathfrak{J}$, *die sich zeitlich nicht ändern, formal genau so rechnen wie bei Gleichstrom.*

Man muß sich nur an einige Rechenregeln gewöhnen. Unter diesen ist eine besonders wichtig:

(77) *Multiplikation mit* $j = \sqrt{-1}$ *entspricht einer Drehung des Vektors um 90°.*

Das ergibt sich aus der Gleichung $\varepsilon^{j\,90°} = \cos 90° + j \sin 90° = j$, aus der folgt: $j\,\varepsilon^{j\omega t} = \varepsilon^{j(\omega t + 90°)}$.

Hiernach folgt, daß die Vektoren $\mathfrak{U}$ und $\mathfrak{J}$ in (76) bei R und G „phasenrein" sind, während sie bei L und C eine Phasenverschiebung von 90° gegeneinander haben, und zwar ist bei L die Spannung, bei C der Strom voreilend.

Aus der Linearität aller Gleichungen (74), (75) und (76) in Bezug auf sämtliche $\mathfrak{U}$ und $\mathfrak{J}$ folgt:

(78) *Alle* $\mathfrak{U}$ *und* $\mathfrak{J}$ *sind einander proportional, das Verhältnis zweier dieser Größen ist eine von der Zeit sowie den Strömen und Spannungen unabhängige Konstante, die nur von den verschiedenen R, L, G, C des Stromsystems abhängt.*

Man bezeichnet das Verhältnis der Klemmenspannung $\mathfrak{U}$ zu der Stromstärke $\mathfrak{J}$ an denselben Klemmen

(78a) $$\mathfrak{U}/\mathfrak{J} = \mathfrak{R} = |\mathfrak{R}| \cdot \varepsilon^{j\varphi} = |\mathfrak{R}|\,(\cos\varphi + j \sin\varphi) = \mathfrak{R}_w + j\,\mathfrak{R}_b$$

als den „gerichteten Widerstand" (Bild 71). Sein „absoluter Betrag" $|\mathfrak{R}|$ ist gleich dem Verhältnis der absoluten Beträge von $|\mathfrak{U}|$ und $|\mathfrak{J}|$, sein Phasenwinkel φ gleich der Phasenverschiebung der Spannung gegenüber dem Strom. $\mathfrak{R}_w = |\mathfrak{R}| \cos\varphi$ ist die „Wirkkomponente", $\mathfrak{R}_b = |\mathfrak{R}| \sin\varphi$ die „Blindkomponente" des Widerstandes. Es ist

(79) $$|\mathfrak{R}| = \sqrt{\mathfrak{R}_w^2 + \mathfrak{R}_b^2}; \qquad \operatorname{tg}\varphi = \frac{|\mathfrak{R}_w|}{|\mathfrak{R}_b|}.$$

Ebenso bezeichnet man

(80) $$\mathfrak{J}/\mathfrak{U} = 1/\mathfrak{R} = \mathfrak{G} = |\mathfrak{G}|\,\varepsilon^{j\varphi'} = \mathfrak{G}_w + j\,\mathfrak{G}_b$$

als den „gerichteten Leitwert" (Bild 72). Sein Phasen-

winkel φ' ist gleich der Phasenverschiebung des Stromes gegenüber der Spannung, also das Negative des Phasenwinkels von $\mathfrak{R}$.

$$\varphi' = -\varphi.$$

Das ist unbequem, wenn man denselben Apparat einmal durch seinen Widerstand, das andere Mal durch seinen Leitwert ausdrücken will. Man rechnet dann besser mit der „konjugierten" Größe:

$$\mathfrak{G}' = \mathfrak{G}_w - j\,\mathfrak{G}_b = |\mathfrak{G}| \cdot \varepsilon^{-j\varphi'} = \mathfrak{G}\,\varepsilon^{j\varphi}. \tag{81}$$

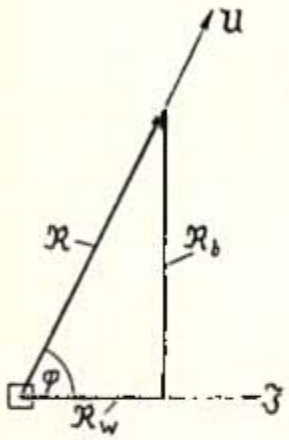


Bild 71. Gerichteter Widerstand $\mathfrak{R}$.

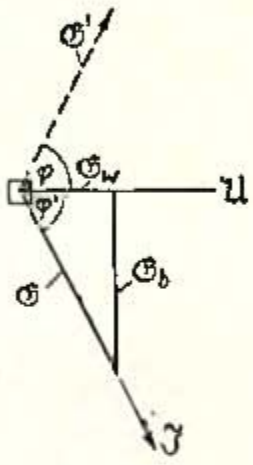


Bild 72. Gerichteter Leitwert $\mathfrak{G}$. ($\mathfrak{G}'$ = seine konjugierte Größe.)

Bei dieser liegt der Phasenwinkel in entgegengesetzter Richtung wie bei $\mathfrak{G}$, in gleicher Richtung wie bei $\mathfrak{R}$. Man kann dann durch Wahl des Maßstabes sogar erreichen, daß ein bestimmter Widerstandsvektor mit dem Leitwertsvektor vollkommen zusammenfällt. Wählt man z. B. $100\,\Omega = 1$ cm und $\frac{1}{100\,\Omega} = 1$ cm, so ist das für $100\,\Omega$ der Fall. Bleibt man beim Widerstandsmaßstab, $100\,\Omega = 1$ cm, wählt aber für den Leitwertsmaßstab $\frac{1}{200\,\Omega} = 1$ cm, so fällt ein Widerstand von $100\sqrt{2} = 141{,}4\,\Omega$ mit dem Leitwert $\frac{1}{141{,}4\,\Omega}$ zusammen. Denn beide werden durch die Länge von 1,414 cm dargestellt, die unter dem Phasenwinkel φ aufzutragen ist. Man bezeichnet den Übergang vom

Widerstand zum Leitwert als „Inversion". Zur Umrechnung der Wirk- und Blindkomponente dienen dabei die Formeln:

$$(82)\quad \Re_w = \frac{\mathfrak{G}_w}{|\mathfrak{G}|^2};\ \Re_b = -\frac{\mathfrak{G}_b}{|\mathfrak{G}|^2} \text{ und } \mathfrak{G}_w = \frac{\Re_w}{|\Re|^2};\ \mathfrak{G}_b = -\frac{\Re_b}{|\Re|^2}.$$

Bild 73 zeigt ein graphisches Verfahren dieser Umrechnung, bei dem man direkt die Wirk- und Blindwiderstände $1/\mathfrak{G}_w$ und $1/\mathfrak{G}_b$ in Ohm erhält, die in Parallelschaltung der Reihenschaltung von $\Re_w$ und $\Re_b$ gleichwertig sind.

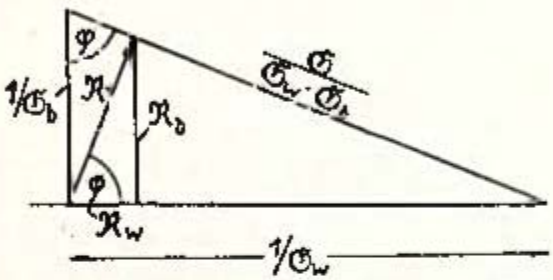


Bild 73. Umrechnung der Reihenschaltung $\Re_w + j\,\Re_b$ in die Parallelschaltung $\mathfrak{G}_w + j\,\mathfrak{G}_b$.

Da Widerstände nichts anderes als Spannungen bezogen auf die Stromeinheit sind, so addieren sich in Reihe geschaltete Widerstände, die von demselben Strom durchflossen sind, genau so vektoriell wie die Spannungen. Ebenso addieren sich parallel geschaltete Leitwerte vektoriell, weil sie ja die parallel geschalteten Ströme bezogen auf dieselbe Spannung darstellen.

§ 15. Geometrische Örter, Resonanz.

Ändert sich ein Vektor durch Änderung einer seiner Bestimmungsgrößen, z. B. der Frequenz, stetig, so beschreibt der „geometrische Ort" seines Endpunktes eine Kurve, die ein anschauliches Bild von der Wirkung der Änderung gibt. Der gerichtete Widerstand einer Luftdrossel mit dem Ohmschen Widerstand R und der Induktivität L ist z. B.

$$(83)\quad \Re = R + j\omega L = \Re e^{j\varphi};\ |\Re| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2};\ \operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L}{R}.$$

Mit der Frequenz ändert sich nur die Blindkomponente ωL. Der geometrische Ort in Abhängigkeit von der Frequenz ist also eine senkrechte Gerade im Abstand R vom Nullpunkt (Bild 74). Den Maßstab für die Frequenz findet man am besten durch die

(84) $$\text{„}45^\circ\text{-Frequenz“}\quad \omega_{45} = \frac{R}{L}.$$

Für diese ist die Blindkomponente ωL gleich der Wirkkomponente R, der Phasenwinkel $\varphi = 45^\circ$. Im übrigen ist ω proportional der Blindkomponente ωL. — Für die geometrischen Örter gilt folgender wichtiger Satz:

(85) *Durch Inversion geht jede lineare Abhängigkeit, d. h. jede gerade Linie in einen Kreis durch den Nullpunkt über.*

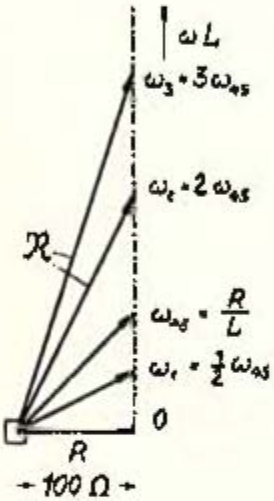


Bild 74. Geometrischer Ort für den gerichteten Widerstand $\mathfrak{R}$ einer Luftdrossel in Abhängigkeit von der Frequenz.

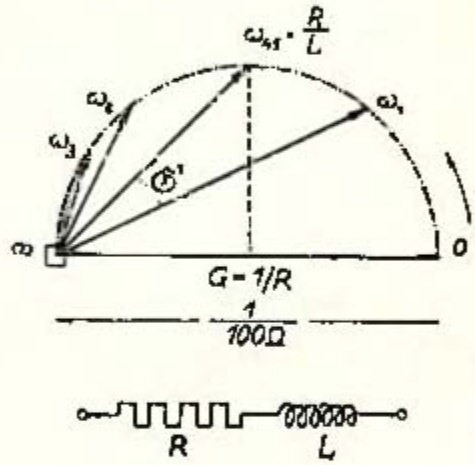


Bild 75. Geometrischer Ort für den gerichteten, konjugierten Leitwert $\mathfrak{G}'$ derselben Luftdrossel in Abhängigkeit von der Frequenz.

Bild 75 zeigt dementsprechend den geometrischen Ort für den Leitwert der in Bild 74 dargestellten Drosselspule in Abhängigkeit von der Frequenz. Dabei ist nur zu beachten, daß die Frequenzskala auf dem Kreise durchaus nicht linear ist, gleiche Frequenzabstände bei $\omega = 0$ sehr große, nahe dem Nullpunkt bei $\omega = \infty$ sehr kleine Verschiebungen auf dem Kreise bedingen.

Bild 76 zeigt das Widerstands- und Leitwertsdiagramm für einen Ohmschen Widerstand R in Reihe mit einem verlustfreien Kondensator, dessen Widerstand $\mathfrak{R} = \frac{1}{j\omega C} = -j\frac{1}{\omega C}$ ist. Der

geometrische Ort für den gerichteten Widerstand $\mathfrak{R}$ ist wieder eine Gerade, die jetzt nur senkrecht nach unten verläuft und eine frequenzreziproke Skala besitzt. Der Kreis als geometrischer Ort für den konjugierten Leitwert $\mathfrak{G}'$ ist in dasselbe Diagramm eingezeichnet. Dann liegen zusammengehörige Punkte auf derselben Geraden vom Nullpunkt aus, und man kann so leicht die Frequenzskala auf dem Kreis finden.

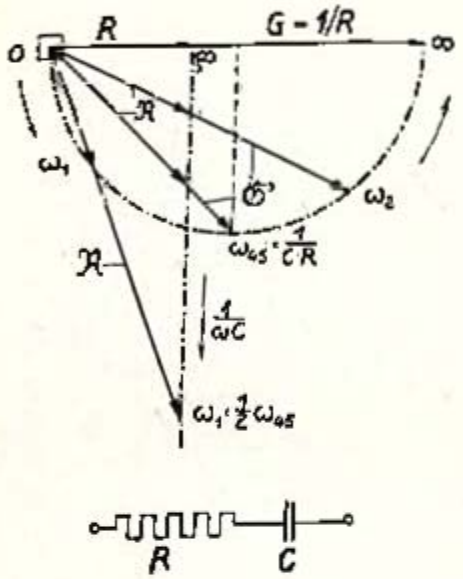


Bild 76. $\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{G}' = f(\omega)$ für die Reihenschaltung von $\mathfrak{R}$ und C.

Bild 77 zeigt dasselbe für die Parallelschaltung. Hier ist der geometrische Ort für den Leitwert $\mathfrak{G}'$ eine senkrechte Gerade, der für den Widerstand $\mathfrak{R}$ ein horizontaler Halbkreis. — Ändert man bei derselben Schaltung nicht ωC, sondern $R = \frac{1}{G}$, so ist der geometrische Ort für den Leitwert eine horizontale Gerade, der für den Widerstand ein vertikaler Halbkreis (Bild 78).

Ohmsche Widerstände ergeben in Verbindung mit Induktivitäten stets einen positiven, mit Kapazitäten einen negativen Phasenwinkel des gerichteten Widerstandes. Sind aber sowohl Induktivitäten als auch Kapazitäten vorhanden, so kommen sowohl positive wie negative Phasenwinkel, d. h. positive wie negative Blindkomponenten des gerichteten Widerstandes vor. Es gibt dann im allgemeinen bestimmte „*Eigenfrequenzen*", für die die Blindkomponente und damit der Phasenwinkel Null ist, Strom und Spannung in Phase sind. Diese Eigenfrequenzen hängen hauptsächlich von den Induktivitäten und Kapazitäten des Stromsystems ab. Wird die äußere Frequenz gleich einer

Eigenfrequenz des betreffenden Systems, so sagt man, es herrscht „*Resonanz*", und nennt die betreffende äußere Frequenz „*Resonanzfrequenz*" ω_r. Der wichtigste Fall ist der der einfachen Reihenschaltung (Bild 79), für die gilt:

$$(86)\qquad \mathfrak{R} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + j\sqrt{\frac{L}{C}}\left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right);$$

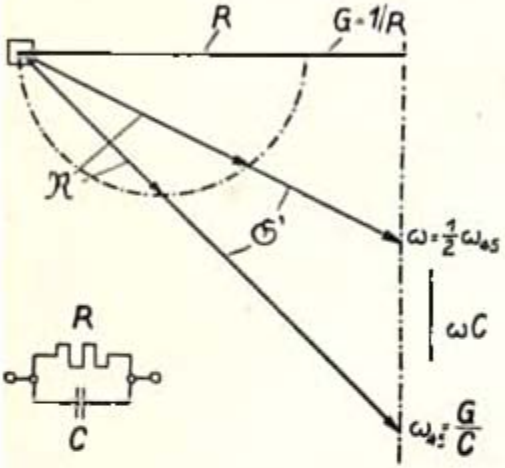


Bild 77.

$\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{G}' = f(\omega)$ für die Parallelschaltung von $R = \frac{1}{G}$ und C.

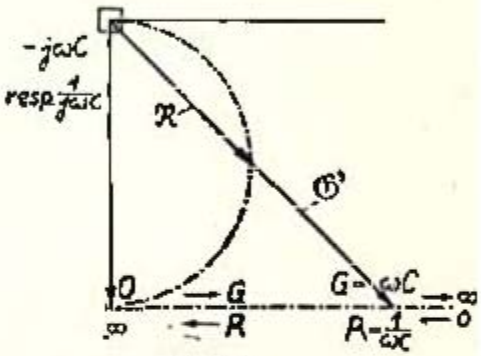


Bild 78.

$\mathfrak{R}$ und $\mathfrak{G}' = f(G)$ für die Parallelschaltung von $R = \frac{1}{G}$ und C.

und der Fall der einfachen Parallelschaltung (Bild 80), für die gilt:

$$(87)\qquad \mathfrak{G} = G + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right) = G + j\sqrt{\frac{C}{L}}\left(\frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega}\right);\quad G = \frac{1}{R_p}.$$

Dabei ist in beiden Fällen

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}},\quad \text{also}\quad \omega_r L = \frac{1}{\omega_r C} = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Der geometrische Ort ist in beiden Fällen eine senkrechte Gerade (a, b, r, c, d im Bild 81), die im Resonanzfall $\omega = \omega_r$ die reelle Achse schneidet (Punkt r) und zwar im Abstand R bzw. G. Hier besitzt also der Widerstand bzw. der Leitwert sein Minimum und hat die Phasenverschiebung Null. Mit wachsender positiver oder negativer

(88) „*Verstimmung*“ $$v = \frac{\omega}{\omega_r} - \frac{\omega_r}{\omega} = \frac{\omega - \omega_r}{\omega_r} \cdot \frac{\omega + \omega_r}{\omega}$$
$$\approx 2\left(\frac{\omega - \omega_r}{\omega_r}\right) \qquad \text{für } \omega \approx \omega_r \text{ [1]}$$

nimmt er immer größere absolute Beträge und immer größere Phasenverschiebungen an. Ist die Verstimmung

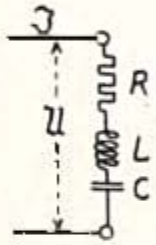


Bild 79.
Reihenresonanz.
$\Re = \frac{U}{J}$.

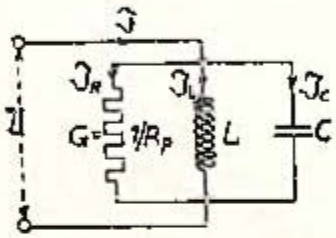


Bild 80.
Parallelresonanz.
$\mathfrak{G} = \frac{J}{U}$.

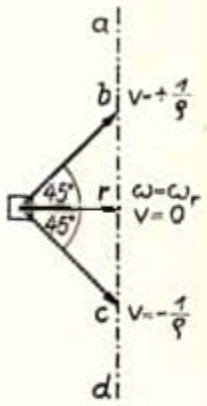


Bild 81. Geometrischer Ort von $\Re$ bei der Reihenresonanz oder $\mathfrak{G}$ bei der Parallelresonanz in Abhängigkeit von der Verstimmung v.

(89) $$v = v_{45} = \pm R\sqrt{\frac{C}{L}} \quad \text{für Reihenschaltung}$$
$$v = v_{45} = \pm G\sqrt{\frac{L}{C}} = \pm \frac{1}{R_p}\sqrt{\frac{C}{L}} \quad \text{für Parallelschaltung}$$

(*45°-Verstimmung*)

so ist die Wirkkomponente gleich der Blindkomponente, daher $\varphi = \pm 45°$ und der absolute Betrag $\sqrt{2} = 1{,}414$ mal größer als im Minimum. Das Reziproke von dieser „45°-Verstimmung“ ist die

---

[1]) Man beachte, daß eine Änderung von L oder von C um 1 % aus der Resonanzlage $\sqrt{LC} = \omega_r$ heraus einer Verstimmung $v = 1\,\%$ entspricht. Ändert man aber die äußere Frequenz ω um 1 % aus der Resonanzlage heraus, so entspricht das einer Verstimmung $v = 2\,\%$.

„Resonanzschärfe"

$$\varrho = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{1}{R\,\omega_r C} \quad \text{für Reihenschaltung}$$

(90)

$$\varrho = \frac{1}{G}\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{\omega_r C}{G} = \frac{R_p}{\omega_r L} = R_p\sqrt{\frac{C}{L}} \quad \text{für Parallelschaltung.}$$

(91) *Bei der Resonanzschärfe ϱ ist eine Verstimmung* $v = \frac{1}{\varrho}$ *für die 45°-Bedingung erforderlich.*

Die Resonanzschärfe $\varrho = 50$ besagt also, daß eine Verstimmung um $v = 2\,\%$ eine Phasenverschiebung von 45° hervorruft und den absoluten Betrag auf das $\sqrt{2}$-fache heraufsetzt. Je größer die Resonanzschärfe, eine desto kleinere Verstimmung genügt dazu. Führt man ϱ und v in (86) und (87) ein, so erhält man für den Reihenwiderstand:

$$\mathfrak{R} = R(1 + j\varrho v) = \sqrt{\frac{L}{C}}\left(\frac{1}{\varrho} + jv\right) \tag{92}$$

für den Parallel-Leitwert:

$$\mathfrak{G} = G(1 + j\varrho v) = \sqrt{\frac{C}{L}}\left(\frac{1}{\varrho} + jv\right)$$

$$\frac{1}{\mathfrak{G}} = \mathfrak{R} = \sqrt{\frac{L}{C}}\,\frac{\varrho}{1 + j\varrho v}. \tag{93}$$

Im Resonanzfall $v = o$ wird der Gesamtwiderstand $\mathfrak{R}$ bei der Reihenschaltung ϱ mal kleiner, bei der Parallelschaltung ϱ mal größer als die Teilwiderstände $\omega_r L = \frac{1}{\omega_r C}\left(= \sqrt{\frac{L}{C}}\right)$.

Man bezeichnet eine Drosselspule mit parallel liegendem Kondensator wohl als „Sperrkreis" oder „Schwingdrossel", weil die Drosselwirkung ωL der Spule durch den Parallelkondensator im Resonanzfall um das ϱ-fache erhöht wird.

Bei der Reihenschaltung werden alle Widerstände von demselben Strom $\mathfrak{J}$ durchflossen. Die Spannungen verhalten sich daher wie die Widerstände. Im Resonanzfall werden die großen Blindspannungen $\mathfrak{U}_L$ und $\mathfrak{U}_C$ gleich groß und heben sich gegenseitig auf, so daß die gesamte Klemmenspannung $\mathfrak{U}$ gleich der

(kleinen) Wirkspannung $\mathfrak{U}_R$ wird. Bei der Parallelschaltung gilt das Entsprechende für die Ströme. Es ist daher

$$(94)\qquad \begin{aligned} \varrho &= \left(\frac{\mathfrak{U}_L}{\mathfrak{U}}\right)_{res} = \left(\frac{\mathfrak{U}_C}{\mathfrak{U}}\right)_{res} \quad \text{für Reihenschaltung} \\ \varrho &= \left(\frac{\mathfrak{J}_L}{\mathfrak{J}}\right)_{res} = \left(\frac{\mathfrak{J}_C}{\mathfrak{J}}\right)_{res} \quad \text{für Parallelschaltung.} \end{aligned}$$

Die Resonanzschärfe ϱ ist zahlenmäßig gleich der „Resonanzüberhöhung".

$\varrho = 50$ bedeutet 50fache Resonanzüberhöhung und besagt, daß bei der Reihenschaltung im Resonanzfall die Spannungen $\mathfrak{U}_L = -\mathfrak{U}_C$ über der Induktivität oder Kapazität 50mal so groß werden wie die Klemmenspannung $\mathfrak{U}$ über beiden, oder daß bei der Parallelschaltung der Strom $\mathfrak{J}_L = -\mathfrak{J}_C$ im Schwingungskreise 50mal so groß wird wie der Gesamtstrom $\mathfrak{J}$ in der Zuleitung.

Bild 82 zeigt, wie die dem Bild 81 entsprechende Resonanzgerade a . . r . . f durch Inversion in einen Kreis a′ . . r′ . . f′ übergeht. Man beachte besonders die sehr ungleichförmige Skala auf dem Kreise! Bei der oft sehr kleinen 45°-Verstimmung $v_{45} = \pm\frac{1}{\varrho}$ wird auf der Geraden die kleine Strecke c, r, d durchlaufen, auf dem Kreise aber der halbe Umfang c′, r′, d′. Bild 83 zeigt, wie sich die absoluten Beträge der Vektoren und ihrer Inversion, sowie ihr Phasenwinkel φ in Abhängigkeit von der Verstimmung ändern. Man erkennt hier noch deutlicher, in welcher Weise die absoluten Beträge durch „Resonanznähe" vergrößert bzw. verkleinert werden. Bild 84 zeigt den entsprechenden Verlauf der Wirk- und Blindkomponenten. Die erstere $\Re_w$ verläuft ähnlich wie der absolute Betrag in Bild 83, hat auch im Resonanzfall (Punkt r; $\varrho v = 0$) ein Maximum, fällt aber nach beiden Seiten auf viel kleinere Werte ab. Die Blindkomponente $\Re_b$ hat bei der 45°-Verstimmung (Punkte c und d; $\varrho v = \pm 1$) ein Maximum. $\Re_b$ wird hier ebenso groß wie $\Re_w$ (wegen $\varphi = 45°$) und halb so groß, wie $\Re_w$ im Resonanzfall. Nach (93) ergibt sich also

$$(95) \qquad \pm \mathfrak{R}_{b\,max} = \frac{\varrho}{2}\omega_r L = \frac{\varrho}{2}\frac{1}{\omega_r C} = \frac{\varrho}{2}\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Im Resonanzpunkt selbst ist (wegen $\varphi = 0^0$) $\mathfrak{R}_b = 0$, geht aber

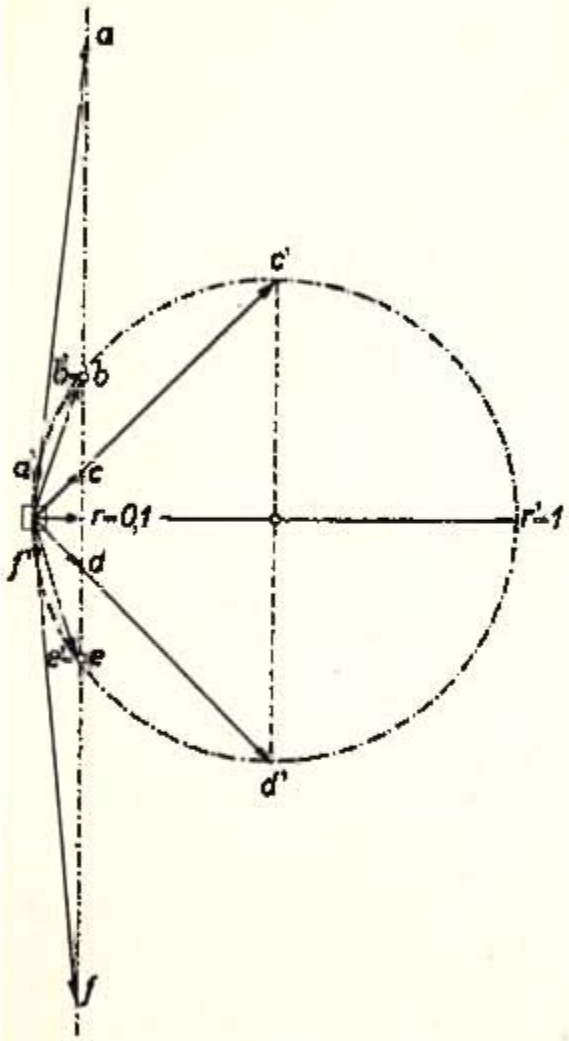


Bild 82.

Gerade a . . r . . f:
$\mathfrak{R} = f(v)$ für Reihenresonanz oder $\mathfrak{G} = f(v)$ für Parallelresonanz.

Kreis a' . . r' . . f':
$\mathfrak{G} = f(v)$ für Reihenresonanz oder $\mathfrak{R} = f(v)$ für Parallelresonanz.

Punkte r, r':
Resonanz; $v = 0$.

Punkte c, c' und d, d':
45°-Verstimmung; $v = \pm 1/\varrho$.

Die Resonanzwerte r = 0,1 (= 5 mm) und r' = 1 (= 50 mm) bestimmen die beiden an sich willkürlichen Maßstäbe, die nur in Rücksicht auf die Bildgröße so gewählt wurden.

Bild 83 und 84 sind maßstäblich aus Bild 82 übertragen.

sehr schnell, innerhalb $\varrho v = \pm 1$, vom positiven zum negativen Maximum über.

Bei einmal angestoßenen frei abklingenden Schwingungen eines „Schwingungskreises" verwendet man als Maß für die Abnahme der Amplituden $A_1, A_2 \ldots$, d. h. für die „Dämpfung"

das sogenannte „logarithmische Dekrement". Für dieses gilt:

$$d = \ln \frac{A_1}{A_2} = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{\pi}{\varrho}.$$

(96) *Die Resonanzschärfe ϱ ist um so größer, je geringer die Dämpfung ist.*

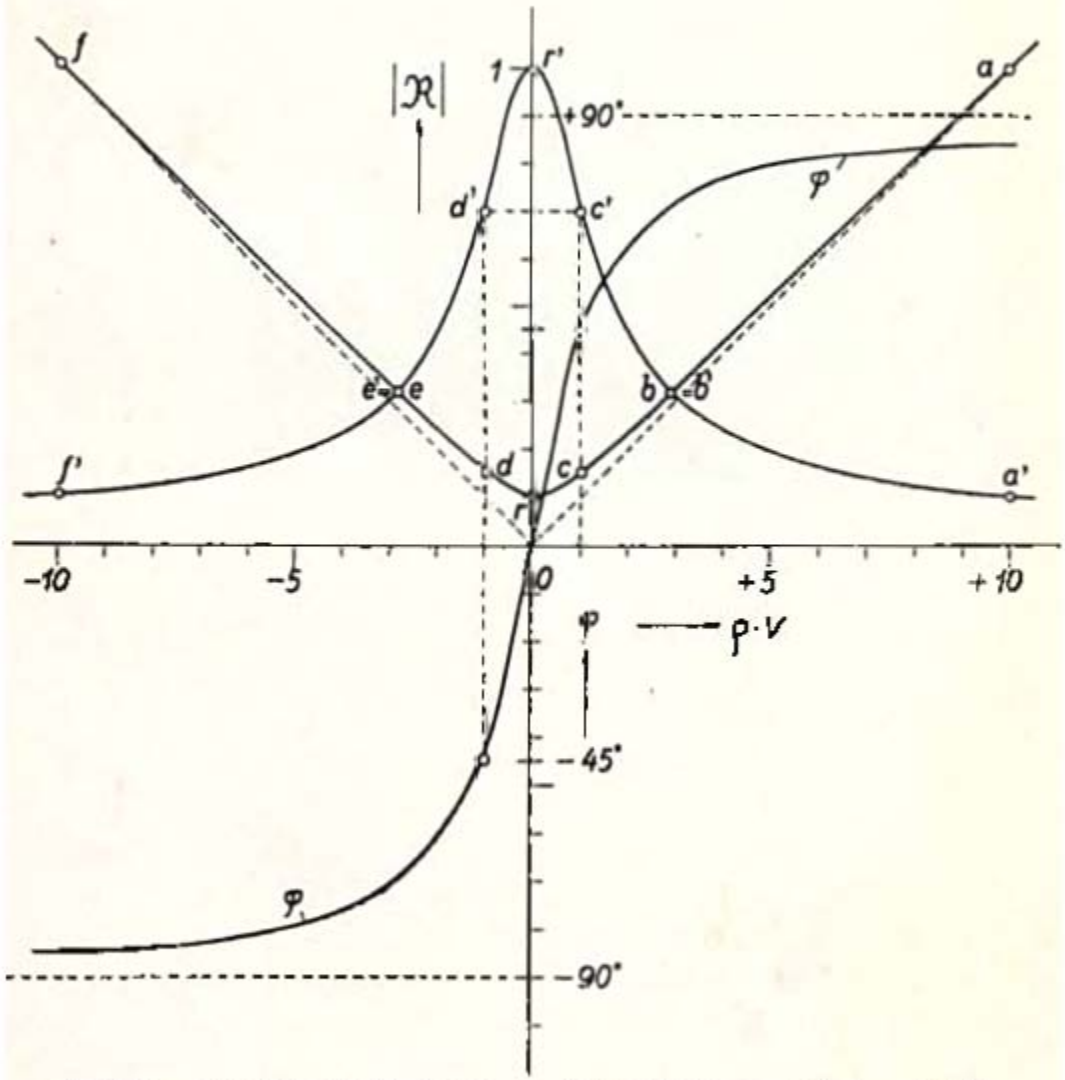


Bild 83. Absolute Beträge $|\mathfrak{R}|$ bzw. $|\mathfrak{G}|$ und Phasenwinkel φ in Abhängigkeit von der Verstimmung v. (Maßstäbliche Übertragung der Werte von Bild 82.)

Es wurde bisher der Einfachheit halber angenommen, daß bei der Reihenschaltung auch der dämpfende Widerstand R_r in

Reihe zu L und C liege. Das setzt voraus, daß nur reine „Stromverluste" $= \frac{1}{2} R_r \mathfrak{J}^2$ vorhanden sind, die nur von der Stromstärke $\mathfrak{J}$, nicht von den Spannungen $\mathfrak{U}_L$ und $\mathfrak{U}_C$ über L und C abhängen. Bei der Parallelschaltung wurde umgekehrt ein Leitwert $G = \frac{1}{R_p}$ parallel zu L und C angenommen. Das setzt voraus, daß nur reine „Spannungsverluste" $= \frac{1}{2} G \mathfrak{U}^2$

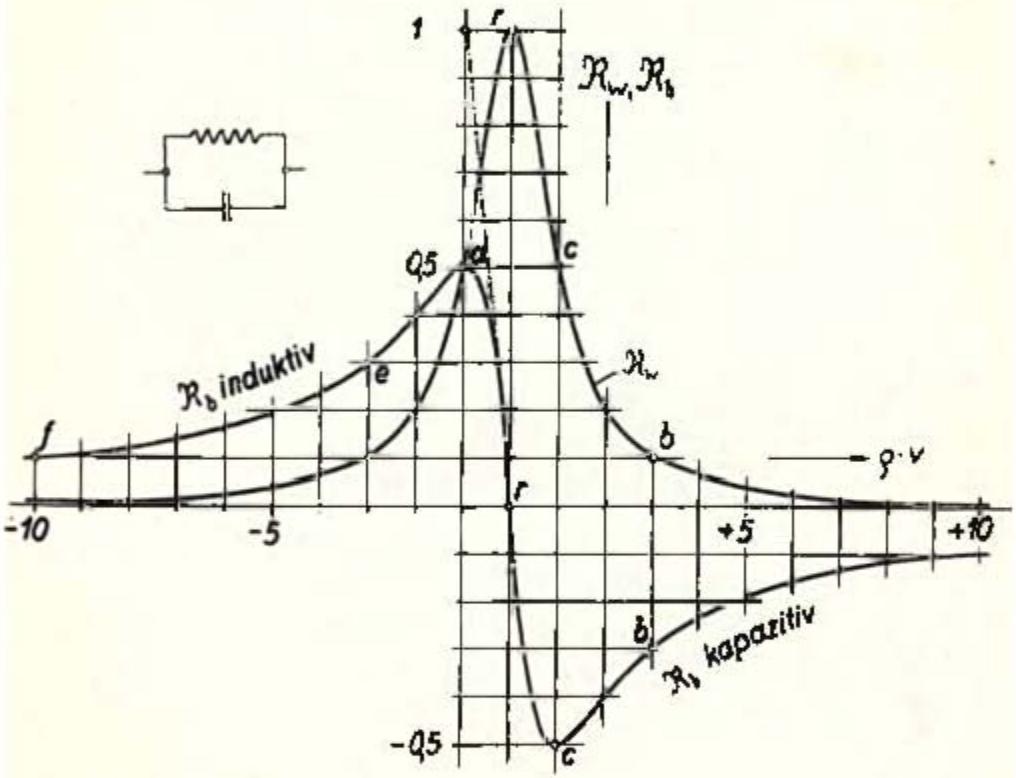


Bild 84. Wirkkomponente $\Re_w$ und Blindkomponente $\Re_b$ des Widerstandes $\Re$ bei der Parallelresonanz in Abhängigkeit von der Verstimmung v. (Bei der Reihenresonanz ist der Verlauf der Leitwertkomponenten $\mathfrak{G}_w$ und $\mathfrak{G}_b$ in Abhängigkeit von v der gleiche.)

vorhanden sind, die nur von der Spannung $\mathfrak{U}$ über den verlustlos gedachten L und C abhängen, nicht von der Stromstärke $\mathfrak{J}_L$ und $\mathfrak{J}_C$ in L und C. Praktisch treten meist beide Arten von Verlusten auf. Will man die Dämpfung durch einen in Reihe mit L oder C liegenden (kleinen) Widerstand R_r umrechnen auf

die Dämpfung durch einen parallel zu L und C liegenden (großen) Widerstand R_p, so gilt angenähert:

$$\varrho = R_p\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{1}{R_r}\sqrt{\frac{L}{C}};\quad R_p = \varrho^2 R_r$$

(97) $$\Re_{res} = R_r = \frac{1}{\varrho^2}R_p = \frac{L}{CR_p}$$ für die Reihenresonanz,

$$\Re_{res} = R_p = \varrho^2 R_r = \frac{L}{CR_r}$$ für die Parallelresonanz.

Genau genommen ist es nicht ganz gleichgültig, ob bei der Reihenresonanz R_p parallel zu L oder zu C liegt, ebenso ob bei der Parallelresonanz R_r in Reihe mit L oder mit C liegt. Das gilt besonders für größere Verstimmungen, weil dann nicht mehr $\omega L = 1/\omega C$ ist. Die Umrechnung (97) ist genauer genommen frequenzabhängig und gilt nur angenähert für Resonanznähe.

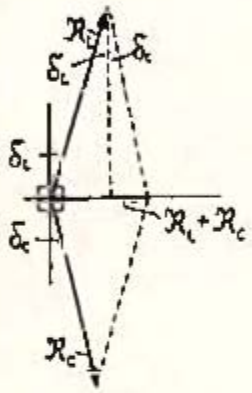


Bild 85. Verlustwinkel.

Bei großer Phasenverschiebung φ der Teilwiderstände rechnet man oft mit den „*Verlustwinkeln*"

(98) $$\delta_L = 90^\circ - \varphi_L;\quad \operatorname{tg}\delta_L \approx \delta_L = R_r/\omega L$$
$$\delta_C = 90^\circ - \varphi_C;\quad \operatorname{tg}\delta_C \approx \delta_C = G/\omega C = 1/R_p\,\omega C$$

(vgl. Bild 85). Es ist dann angenähert

(99) $$\delta = \delta_L + \delta_C = \frac{1}{\varrho},\ \text{also}\ \varrho = \frac{57{,}3}{\delta^\circ}.\quad (\delta^\circ = \delta \text{ in Grad.})$$

Die Summe der Verlustwinkel von Induktivität und Kapazität ist gleich der reziproken Resonanzschärfe und zwar sowohl bei Reihen-, wie bei Parallel-Resonanz. Einer Verlustwinkelsumme von 1° entspricht eine Resonanzschärfe $\varrho = 57{,}3$.

§ 16. Zweipol-Theorie.

Gegeben sei ein Zweipol, d. h. eine beliebige Anordnung mit zwei Klemmen a, b, etwa ein Apparat oder auch eine Schaltungsanordnung, bei der man (im Gedankenexperiment)

eine Verbindungsleitung aufschneidet und die Enden an die Klemmen a, b anschließt (Bild 86). Im Inneren seien nur konstante Wechselwiderstände, d. h. Ströme und Spannungen seien nur durch lineare Beziehungen entsprechend den Gleichungen (73) verknüpft. Ist im Inneren keine Stromquelle wirksam, so folgt, wie schon in § 14, Gleichung (78a) angegeben:

$$-\mathfrak{U}/\mathfrak{J} = \mathfrak{R}. \tag{100}$$

Jeder Zweipol ohne innere Stromquelle (= „passiver Zweipol") kann durch einen einzigen gerichteten Widerstand $\mathfrak{R}$ *dargestellt werden.* (Bild 87).

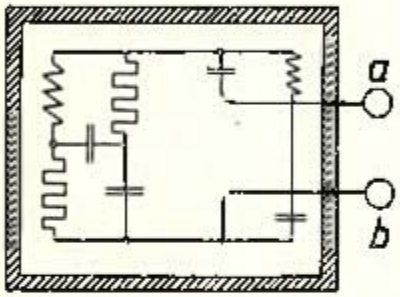


Bild 86. Passiver Zweipol. (Verbraucher).

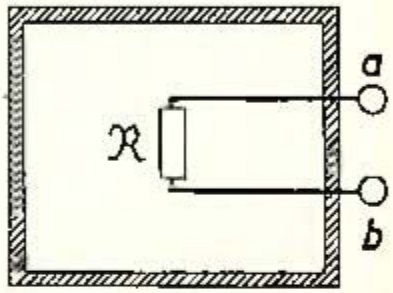


Bild 87. Ersatzschaltung für den passiven Zweipol.

Dabei ist nur zu beachten, daß $\mathfrak{R}$ sich im allgemeinen mit der Frequenz ändert und diese Frequenzabhängigkeit oft nicht durch einfache Ersatzschaltungen dargestellt werden kann. Das in Rücksicht auf das folgende gewählte negative Vorzeichen besagt, daß ein positives $\mathfrak{U}$ ein negatives $\mathfrak{J}$ erzeugt, d. h. daß ein positives $\mathfrak{J}$ eine Stromabgabe nach außen bedeuten würde.

Dieser wirksame innere Widerstand $\mathfrak{R}$ des Zweipols kann bei bekannten inneren Schaltelementen aus diesen als Kombinationswiderstand berechnet werden. Für zwei parallel geschaltete Widerstände $\mathfrak{R}_1$ und $\mathfrak{R}_2$ ergibt sich z. B.

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{R}_1 \| \mathfrak{R}_2 = \frac{\mathfrak{R}_1 \cdot \mathfrak{R}_2}{\mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2}. \tag{101}$$

Er kann aber auch genau wie jeder wirkliche Widerstand gemessen werden, z. B. durch Messung des Stromes $-\mathfrak{J}$, der

bei der von außen angelegten Spannung $\mathfrak{U}$ hineinfließt, oder auch durch Einschalten in eine Wheatstonesche Brücke oder dergleichen.

Befindet sich im Inneren des Zweipols eine Stromquelle, so wird der Strom $\mathfrak{J}$ im allgemeinen nicht Null, sondern gleich einer bestimmten Größe $\mathfrak{J}_k$, wenn die Klemmenspannung $\mathfrak{U}$ etwa durch einen Kurzschluß zu Null gemacht wird. Ebenso wird die Klemmspannung $\mathfrak{U}$ nicht Null, wenn etwa durch eine Unterbrechung (= Leerlauf) der Strom zu Null gemacht wird, sondern gleich einer bestimmten Größe $\mathfrak{U}_l$. Die lineare Beziehung zwischen $\mathfrak{U}$ und $\mathfrak{J}$ läßt sich dann durch die Gleichungen ausdrücken

(102) $$\mathfrak{U} = \mathfrak{U}_l - \mathfrak{R}_i \mathfrak{J}; \quad \textit{(Leerlaufgleichung)}.$$

(103) $$\mathfrak{J} = \mathfrak{J}_k - \frac{1}{\mathfrak{R}_i}\mathfrak{U}; \quad \textit{(Kurzschlußgleichung)}.$$

Dabei ist:

(104) $$\mathfrak{U}_l/\mathfrak{J}_k = \mathfrak{R}_i = \textit{innerer Widerstand}.$$

Es ist derselbe wie in (100). Beim Fehlen der inneren Stromquelle wird ja $\mathfrak{U}_l = \mathfrak{J}_k = 0$, so daß beide Gleichungen (102) und (103) mit (100) identisch werden. Bild 88 zeigt graphisch den linearen Zusammenhang zwischen $\mathfrak{U}$ und $\mathfrak{J}$ ohne (p) und mit (a) innerer Stromquelle. Es ist in beiden Fällen $\operatorname{tg}\alpha = \mathfrak{R}_i$. Auch hier ist zu beachten, daß nicht nur $\mathfrak{R}_i$, sondern auch $\mathfrak{U}_l$ und $\mathfrak{J}_k$ sich im allgemeinen mit der Frequenz ändern, bestimmte Größen also nur für eine bestimmte Frequenz gelten.

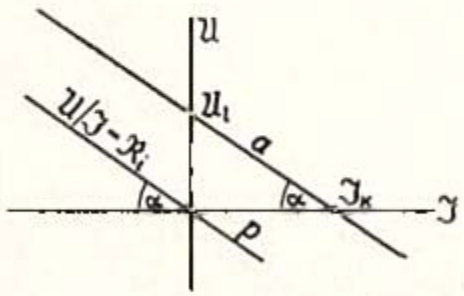


Bild 88. Zusammenhang zwischen Strom und Spannung bei einem aktiven (a) und passiven (p) Zweipol.

Die Gleichungen (102) und (103) kann man auch durch Ersatzschaltungen darstellen. Bild 89 und 90 zeigen diese. In Worten drückt sich dies folgendermaßen aus:

Jeder Zweipol mit innerer Stromquelle kann dargestellt werden entweder durch eine Stromquelle mit konstanter EMK $\mathfrak{U}_l$ *gleich der Leerlaufspannung und einem in Reihe*
(105) *geschalteten Widerstand* $\mathfrak{R}_i$ (Bild 89) *oder durch eine Stromquelle mit konstanter Stromstärke* $\mathfrak{J}_k$ *gleich der Kurzschlußstromstärke und einem parallel geschalteten Widerstand* $\mathfrak{R}_i$ (Bild 90). *Dabei ist in beiden Fällen* $\mathfrak{R}_i = \mathfrak{U}_l/\mathfrak{J}_k$.

Im allgemeinen verwendet man die Leerlaufersatzschaltung, weil Stromquellen mit konstanter EMK praktisch häufiger vorkommen als solche mit konstanter Stromstärke, man also das Rechnen mit ihnen mehr gewohnt ist. Sie ist für in Reihe geschaltete äußere Widerstände übersichtlicher, während die Kurzschlußersatzschaltung sich besser für parallel geschaltete äußere Widerstände eignet.

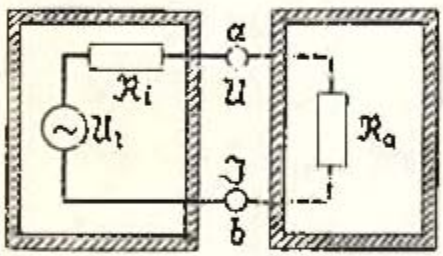


Bild 89. Leerlauf-Ersatzschaltung für den aktiven Zweipol (Generator).

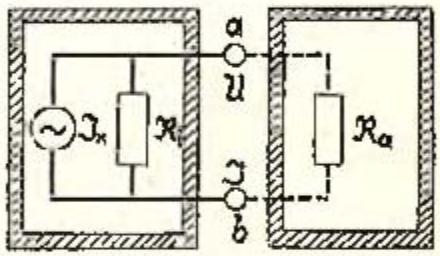


Bild 90. Kurzschluß-

Der praktisch wichtigste Fall ist der, daß ein Apparat mit Stromquelle, der Generator, auf einen zweiten Apparat ohne Stromquelle, den Verbraucher, über zwei Leitungen a und b arbeitet, die für Hin- und Rückleitung des Stromes dienen. Man kann dann auch den zweiten Apparat durch einen einzigen Widerstand ersetzen, der im Gegensatz zum inneren Widerstand $\mathfrak{R}_i$ des Generators als äußerer Widerstand $\mathfrak{R}_a$ bezeichnet sei. In Bild 89 und 90 sind die sich dann ergebenden Ersatzschaltungen punktiert mit eingezeichnet. Es gelten dann außer den Gleichungen (102) und (103) die (100) entsprechende Gleichung.

(106) $$-\mathfrak{U}/\mathfrak{J} = \mathfrak{R}_a.$$

Daraus ergeben sich die folgenden Formeln:

$$(107)\quad \mathfrak{U} = \mathfrak{U}_1 \frac{\mathfrak{R}_a}{\mathfrak{R}_i + \mathfrak{R}_a} = \mathfrak{U}_1 \frac{1}{1 + \mathfrak{R}_i/\mathfrak{R}_a} = \mathfrak{J}_k \frac{\mathfrak{R}_i \cdot \mathfrak{R}_a}{\mathfrak{R}_i + \mathfrak{R}_a}$$
$$= \mathfrak{J}_k \frac{1}{1/\mathfrak{R}_i + 1/\mathfrak{R}_a}.$$

$$(108)\quad \mathfrak{J} = \mathfrak{J}_k \frac{\mathfrak{R}_i}{\mathfrak{R}_i + \mathfrak{R}_a} = \mathfrak{J}_k \frac{1}{1 + \mathfrak{R}_a/\mathfrak{R}_i} = \mathfrak{U}_i \frac{1}{\mathfrak{R}_i + \mathfrak{R}_a}.$$

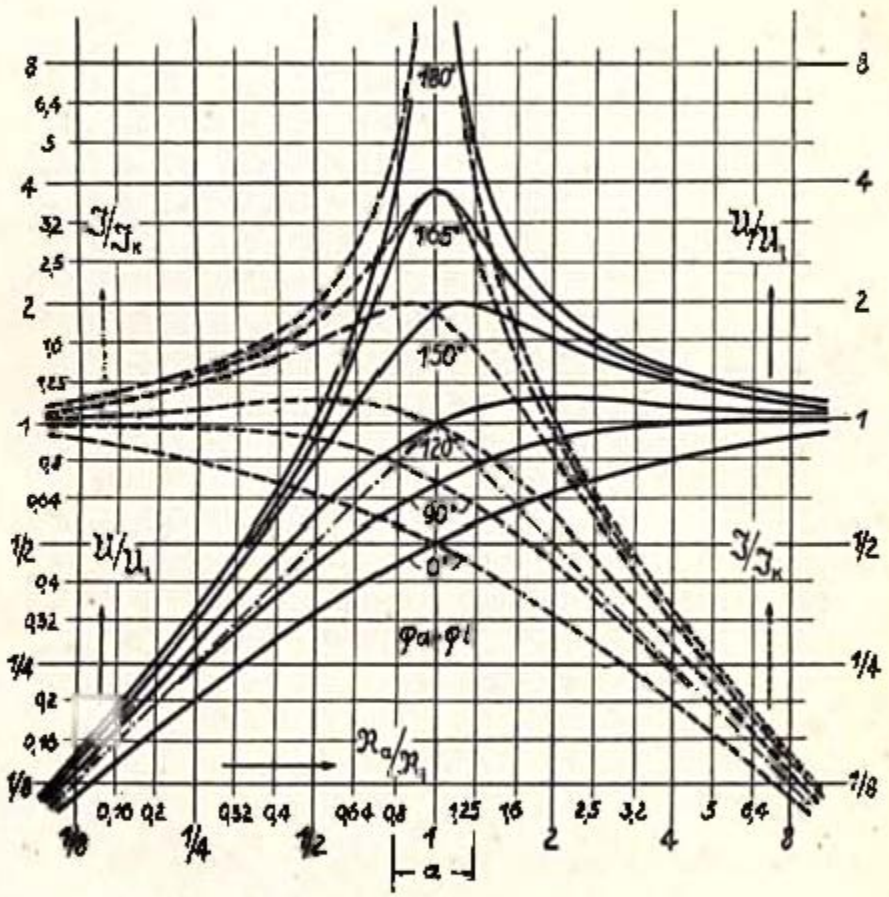


Bild 91. $\frac{\mathfrak{U}}{\mathfrak{U}_1}$ und $\frac{\mathfrak{J}}{\mathfrak{J}_k}$ abhängig von der Widerstandsanpassung $\frac{\mathfrak{R}_a}{\mathfrak{R}_i}$ für verschiedene Phasenverschiebungen $\varphi = \varphi_a - \varphi_i$.

Aus der an zweiter Stelle stehenden Form ersieht man, daß das Verhältnis $\mathfrak{U}/\mathfrak{U}_1$ ebenso wie $\mathfrak{J}/\mathfrak{J}_k$ nur von dem Verhältnis $\mathfrak{R}_a/\mathfrak{R}_i$ gegenüber 1 abhängt und zwar gerade in umgekehrter Weise. Bild 91 veranschaulicht dies graphisch in logarithmischen Maßstäben und zwar für verschiedene Phasen-

verschiebungen $\varphi = \varphi_a - \varphi_i$ zwischen $\mathfrak{R}_a$ und $\mathfrak{R}_i$. Solange $\mathfrak{R}_a/\mathfrak{R}_i \ll 1$, d. h. $\mathfrak{R}_a$ klein gegen $\mathfrak{R}_i$ ist, ist $\mathfrak{J}$ praktisch konstant, unabhängig von $\mathfrak{R}_a/\mathfrak{R}_i$ gleich $\mathfrak{J}_k$, gleich der Kurzschlußstromstärke; dagegen ist $\mathfrak{U}/\mathfrak{U}_i \approx \mathfrak{R}_a/\mathfrak{R}_i$, d. h. $\mathfrak{U}$ sehr klein gegenüber $\mathfrak{U}_i$, wächst aber proportional zur $\mathfrak{R}_a/\mathfrak{R}_i$ an. Ist umgekehrt $\mathfrak{R}_a$ groß gegen $\mathfrak{R}_i$, so ist $\mathfrak{U}$ praktisch konstant, unabhängig von $\mathfrak{R}_a/\mathfrak{R}_i$ gleich der Leerlaufspannung $\mathfrak{U}_i$, während $\mathfrak{J}/\mathfrak{J}_k \approx \frac{\mathfrak{R}_i}{\mathfrak{R}_a}$, d. h. umgekehrt proportional wie $\mathfrak{R}_a/\mathfrak{R}_i$ abnimmt. Das gilt in den Grenzfällen $\mathfrak{R}_a \gg \mathfrak{R}_i$ und $\mathfrak{R}_a \ll \mathfrak{R}_i$ für alle Phasenverschiebungen φ in gleicher Weise. Dagegen ist die Annäherung an diese Grenzfälle stark von der Phasenverschiebung abhängig. Bild 92 zeigt die vektorielle Zusammensetzung. Für $\mathfrak{R}_a/\mathfrak{R}_i = 0{,}2$ oder 5 ist die Abweichung bei $\varphi = 0°$ oder $\varphi = 180°$ entsprechend $1 \pm 0{,}2$ gleich 20%; bei $\varphi = 90°$ ist sie dagegen entsprechend $\sqrt{1 \pm (0{,}2)^2}$ nur $\pm$ 2%. Das bedeutet:

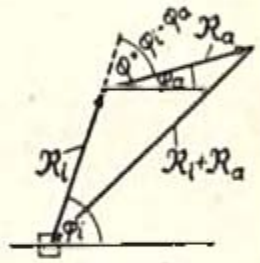


Bild 92. Vektorielle Zusammensetzung.

(109) *Bei einer Phasenverschiebung $\varphi = 90°$ zwischen $\mathfrak{R}_a$ und $\mathfrak{R}_i$ hat man praktisch für $\mathfrak{R}_a/\mathfrak{R}_i \leqq 0{,}2$ noch vollkommenen Kurzschluß, für $\mathfrak{R}_a/\mathfrak{R}_i \geqq 5$ vollkommenen Leerlauf. Bei $\varphi = 0$ oder 180° wird die gleiche Annäherung bis auf 2% erst bei $\mathfrak{R}_a/\mathfrak{R}_i = 0{,}02$ bzw. $= 50$ erreicht.*

Neben den beiden Grenzfällen, Leerlauf und Kurzschluß ist das mittlere Gebiet der „Widerstandsanpassung" $\mathfrak{R}_a \approx \mathfrak{R}_i$ von besonderer Bedeutung. In Bild 93 ist das kleine Gebiet a von Bild 91, in dem sich $\mathfrak{R}_a/\mathfrak{R}_i$ nur um $\pm$ 25% von 1 unterscheidet, in vorgrößerten Maßstäben und für eine Reihe größerer Phasenverschiebungen φ herausgezeichnet. In diesem Gebiet spielt die Phasenverschiebung eine viel größere Rolle. Für $\varphi = 0°$ erhält man für $\frac{\mathfrak{R}_a}{\mathfrak{R}_i} = 1 : \mathfrak{U} = {}^1/_2\,\mathfrak{U}_i$; $\mathfrak{J} = {}^1/_2\,\mathfrak{J}_k$. In der Leerlaufersatzschaltung fällt die Hälfte der Spannung $\mathfrak{U}_i$ über

$\mathfrak{R}_i$, die andere Hälfte über $\mathfrak{R}_a$ ab. In der Kurzschlußersatzschaltung verteilt sich ebenso der Strom $\mathfrak{J}_k$ zur Hälfte über $\mathfrak{R}_i$, zur andern Hälfte über $\mathfrak{R}_a$. Bei $\varphi = 90°$ sind aber wegen der vektoriellen Zusammensetzung die „Hälften" nicht gleich

$$\frac{1}{1+1} = {}^1/_2, \text{ sondern gleich } \frac{1}{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}7.$$

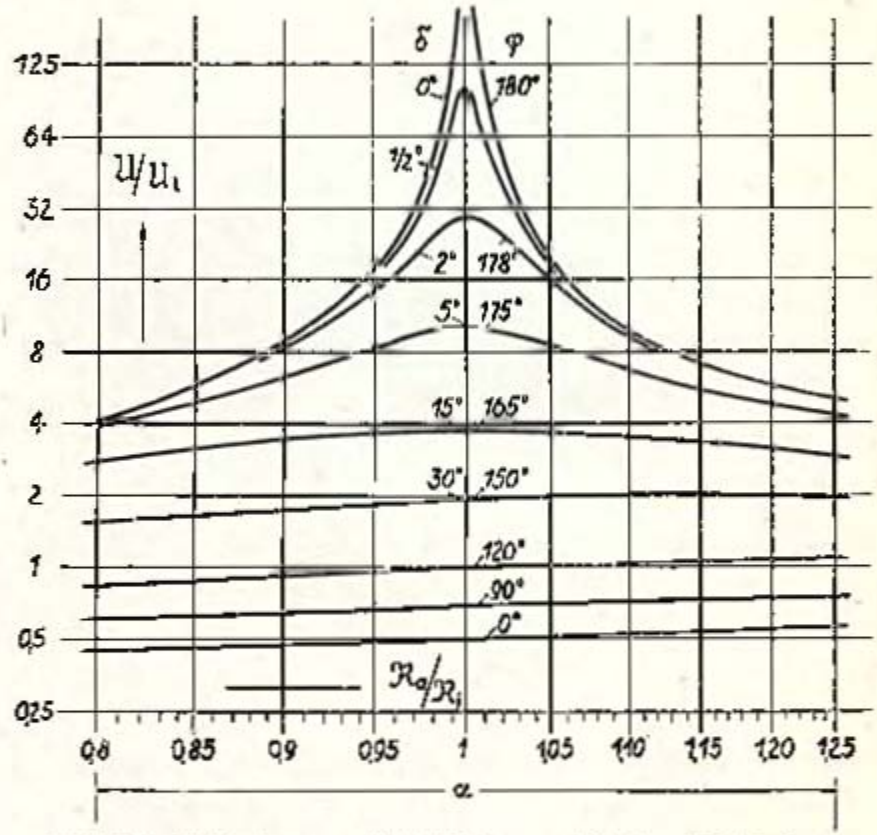


Bild 93. Gebiet a von Bild 91 in vergrößertem Maßstabe.
$\varphi = \varphi_a - \varphi_i$; $\delta = \delta_a + \delta_i = 180° - \varphi$.

Bei $\varphi = 120°$ werden sie gleich 1, bei noch größerer Phasenverschiebung, wenn also z. B. $\mathfrak{R}_i$ im wesentlichen induktiv, $\mathfrak{R}_a$ im wesentlichen kapazitiv ist, immer größer, im theoretischen Grenzfall für $\varphi = 180°$ schließlich unendlich groß.

(110) *Die Widerstandsanpassung bei sehr großem Phasenunterschied ist nichts anderes als das, was man als Resonanz bezeichnet.*

Der Zusammenhang mit den in § 15 angestellten Resonanzbetrachtungen ergibt sich ohne weiteres, wenn man $\mathfrak{R}_i$ und $\mathfrak{R}_a$ mit $\mathfrak{R}_L$ und $\mathfrak{R}_C$ bezeichnet. Aus Bild 89 und 90 ersieht man dann, daß die Leerlaufersatzschaltung der Reihenresonanz, die Kurzschlußersatzschaltung der Parallelresonanz entspricht. Daraus folgt, daß man grundsätzlich ein und denselben Vorgang sowohl als Reihen- wie als Parallelresonanz auffassen kann. Man beachte dabei nur, daß die Stromquelle bei $\mathfrak{U}_i$ widerstandslos, bei $\mathfrak{J}_k$ mit einem unendlich großen Widerstand behaftet zu denken ist. — Der Unterschied in der früheren Behandlungsweise der Resonanz besteht darin, daß in § 15 nur die Blindkomponenten als veränderlich angenommen wurden, während hier konstantes φ, d. h. gleiches Verhältnis und damit auch gleiche Änderung der Wirk- und Blindkomponenten vorausgesetzt ist. Sind die Wirkkomponenten klein gegenüber den Blindkomponenten, so kommt beides auf dasselbe hinaus. Es ist dann:

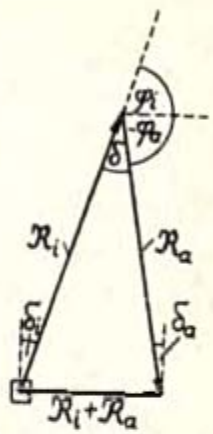


Bild 94. Vektorielle Zusammensetzung für großes $\varphi = \varphi_i - \varphi_a$.

$$(111) \qquad \frac{\mathfrak{U}_{res}}{\mathfrak{U}_i} = \frac{\mathfrak{J}_{res}}{\mathfrak{J}_k} = \varrho = \frac{1}{\delta} = \frac{57{,}3}{\delta^\circ}$$

(gültig für $\delta < 10°$, d. h. $\varrho > 6$). Dabei ist entsprechend (99) in § 15

$$\delta = \delta_i + \delta_a = (90° - \varphi_i) + (90° - |\varphi_a|) = 180° - \varphi$$

gleich der Summe der Verlustwinkel von $\mathfrak{R}_i$ und $\mathfrak{R}_a$ (vgl. Bild 94). Für größere Verlustwinkel δ oder größere Fehlanpassung

$$\mathfrak{R}_a/\mathfrak{R}_i \gtrless 1$$

ist nicht mehr $\mathfrak{U}/\mathfrak{U}_i = \mathfrak{J}/\mathfrak{J}_k$. Die Strom- und Spannungskurven werden unsymmetrisch, ihr Maximum liegt nicht mehr bei $\mathfrak{R}_a = \mathfrak{R}_i$ (vgl. Bild 91). Dagegen bleiben die Leistungskurven (Bild 95) stets symmetrisch mit einem Maximum für $\mathfrak{R}_a = \mathfrak{R}_i$ und einem Verlauf angenähert wie $\mathfrak{U}/\mathfrak{U}_i$ für $\mathfrak{R}_a \ll \mathfrak{R}_i$ und wie $\mathfrak{J}/\mathfrak{J}_k$ für $\mathfrak{R}_a \gg \mathfrak{R}_i$. Daraus folgt:

(112) *Die vom Generator an den Verbraucher übertragene Scheinleistung* $\mathfrak{N} = \frac{\mathfrak{U} \cdot \mathfrak{J}}{2}$ *wird stets ein Maximum bei Widerstandsanpassung* $\mathfrak{R}_a = \mathfrak{R}_i$. *Das Maximum ist unscharf, falls* $\mathfrak{R}_a$ *und* $\mathfrak{R}_i$ *nahezu gleichphasig sind.* ($\mathfrak{R}_a/\mathfrak{R}_i = 2$ *bzw.* $^1/_2$ *gibt erst Verkleinerung um* 12%.) *Es wird aber sehr scharf und groß, falls* $\mathfrak{R}_a$ *und* $\mathfrak{R}_i$ *entgegengesetzte Phasen besitzen. Es herrscht dann Resonanz.*

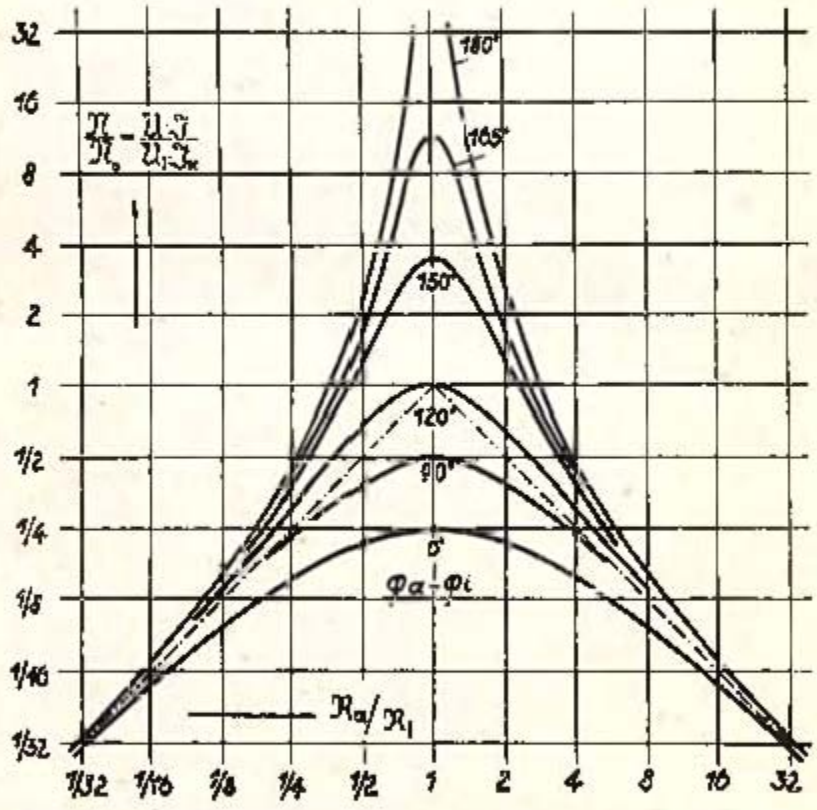


Bild 95. Übertragene Leistung $\mathfrak{N}$ abhängig von Widerstandsanpassung.

Für Schaltungen mit Elektronenröhren ist der Fall von besonderer Wichtigkeit, daß der innere Widerstand $\mathfrak{R}_i$ des Generators ein reiner, von der Frequenz unabhängiger Wirkwiderstand R_i ist, während $\mathfrak{R}_a$ durch einen Schwingungskreis gebildet wird, sich also mit der Frequenz stark ändert. Liegen hierbei L und C in Reihe, so verwendet man zur Berechnung für den Generator

am besten die Leerlaufersatzschaltung (Bild 96). Dann addiert sich R_i einfach zu dem wirksamen R_r des Schwingungskreises, vergrößert die Gesamtdämpfung der ganzen Schaltung, und zwar um so mehr, je größer R_i gegenüber R_r ist. Besteht $\mathfrak{R}_a$ aus einer Parallelschaltung von L und C, so verwendet man für den Generator besser die Kurzschlußersatzschaltung (Bild 97). Dann liegt R_i einfach parallel zu dem wirksamen R_p des Schwingungskreises. Der Kombinationswiderstand $\frac{R_i \cdot R_p}{R_i + R_p}$ wird um so kleiner, die Gesamtdämpfung um so größer, je kleiner R_i gegenüber R_p ist. Man spricht in diesen Fällen wohl von einer „Pseudodämpfung", weil die Dämpfung nicht von dem Schwingungskreis $\mathfrak{R}_a$ selbst hervorgerufen wird.

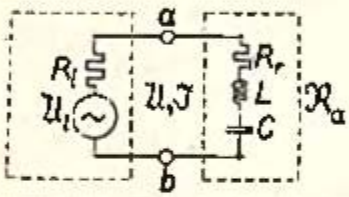


Bild 96. Pseudodämpfung bei Reihenresonanz.

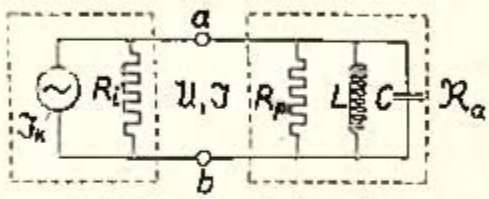


Bild 97. Pseudodämpfung bei Parallelresonanz.

(113) *Bei der Reihenresonanz bewirkt ein Generator mit großem, bei der Parallelresonanz ein Generator mit kleinem inneren Widerstand R_i eine starke Pseudodämpfung.*

Herrscht im Falle der Resonanz Widerstandsanpassung, so wird durch die Pseudodämpfung die Resonanzschärfe auf die Hälfte herabgesetzt. Ist dagegen bei der Reihenresonanz R_i nicht klein, bei der Parallelresonanz nicht groß gegen $\omega_r L$, so tritt praktisch überhaupt keine richtige Resonanz ein.

Man beachte, daß die resonanzartigen Leistungskurven von Bild 95 auch, ohne daß ein Schwingungskreis vorhanden wäre, dadurch zu stande kommen können, daß z. B. $\mathfrak{R}_i$ konstant, $\mathfrak{R}_a$ aber mit der Frequenz veränderlich, z. B. gleich $j\omega L_a$ ist, aus einer Induktivität besteht. Es wird dann nur in einem bestimmten Frequenzbereich die maximale Leistung übertragen, nämlich nur dort, wo angenähert $\omega L_a = \mathfrak{R}_i$ ist.

§ 17. Vierpoltheorie, Transformator.

a) **Allgemeines.** Ein Vierpol ist eine Anordnung mit vier Klemmen, z. B. ein Transformator, eine Regeleinrichtung oder eine Fernleitung, die im allgemeinen zwischen einem Generator und einen Verbraucher geschaltet wird (Bild 98). Unter der Voraussetzung umkehrbarer linearer Beziehungen läßt sich jeder Vierpol durch drei gerichtete Widerstände darstellen, die entweder in

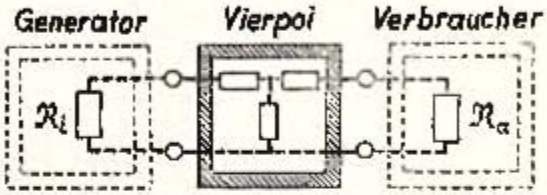


Bild 98. Vierpol zwischen Generator und Verbraucher.

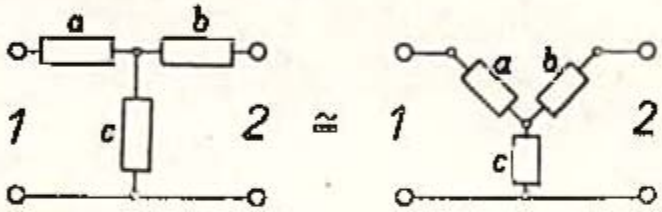


Bild 99. Stern-Ersatzschaltung für einen Vierpol.

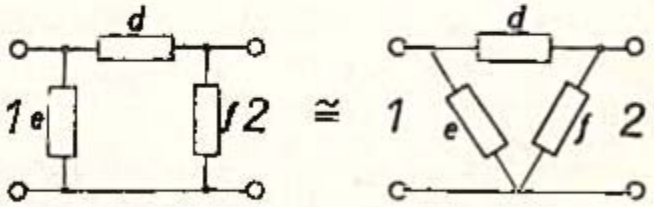


Bild 100. Dreieck-Ersatzschaltung für einen Vierpol.

Stern- oder in Dreieckschaltung angeordnet sein können (Bild 99 u. 100). Im ersteren Falle hat man zwei Längs- und einen Querwiderstand, beim Dreieck zwei Quer- und einen Längswiderstand.

Der Scheinwiderstand $\mathfrak{U}_1/\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{R}_1$ an den Klemmen 1 hängt natürlich von der Belastung der Klemmen 2 ab. Von besonderer Bedeutung sind:

der *Leerlaufwiderstand*

$$\mathfrak{R}_{1_l} = \mathfrak{U}_1/\mathfrak{J}_1 \text{ für } \mathfrak{J}_2 = 0, \text{ d. h. } \mathfrak{R}_a = \infty$$

und der *Kurzschlußwiderstand*

$$\Re_{k1} = \mathfrak{U}_1/\mathfrak{J}_1 \text{ für } \mathfrak{U}_2 = 0, \text{ d. h. } \Re_a = 0,$$

die sich auch experimentell leicht messen lassen. Ebenso kann man auf der anderen Seite an den Klemmen 2 messen, wenn die Klemmen 1 unterbrochen oder kurzgeschlossen sind und erhält so $\Re_{l2}$ und $\Re_{k2}$. Da ein Vierpol nur drei unabhängige Bestimmungsstücke besitzt, muß zwischen diesen vier Größen eine Beziehung bestehen. Diese lautet:

$$\frac{\Re_{l_1}}{\Re_{k_1}} = \frac{\Re_{l_2}}{\Re_{k_2}} \text{ oder auch } \frac{\Re_{l_1}}{\Re_{l_2}} = \frac{\Re_{k_1}}{\Re_{k_2}}. \tag{114}$$

Man nennt ferner:

$$\mathfrak{Z}_1 = \sqrt{\Re_{l1} \cdot \Re_{k1}}; \quad \mathfrak{Z}_2 = \sqrt{\Re_{l2} \cdot \Re_{k2}} \tag{115}$$

„*Kennwiderstände*" oder „*Charakteristiken*".

Es gilt dann der Satz, daß der Widerstand $\Re_1$, gemessen an den Klemmen 1, gleich $\mathfrak{Z}_1$ wird, wenn man die Klemmen 2 mit $\Re_a = \mathfrak{Z}_2$ belastet und umgekehrt der Widerstand $\Re_2 = \mathfrak{Z}_2$ würde, wenn man die Klemmen 1 über einen Widerstand $\Re_1 = \mathfrak{Z}_1$ schließen würde.

(116) *Die Bedingungen* $\Re_1 = \mathfrak{Z}_1$ *und* $\Re_a = \mathfrak{Z}_2$ *spielen beim Vierpol eine ähnliche Rolle wie die Widerstandsanpassung* $\Re_1 = \Re_a$ *beim Zweipol.*

Sie besagen nach (115), daß man sich bei der Wahl der Widerstände ebenso weit vom Leerlauf wie vom Kurzschluß fernhalten soll, weil ja in diesen beiden Grenzfällen keine Leistung übertragen wird.

Man beachte, daß auch hier alle Größen $\mathfrak{Z}_1$, $\mathfrak{Z}_2$, $\Re_{l1}$ usw. im allgemeinen von der Frequenz abhängig sind, bestimmte Werte und Gleichungen wie $\Re_a = \mathfrak{Z}_2$ also nur für bestimmte Frequenzen zu erfüllen sind.

b) Transformator. Der wichtigste Vierpol ist der Transformator. Er dient hauptsächlich dazu, die Größen der Spannungen und Ströme zu verändern, ohne daß die Leistung $\Re = \frac{\mathfrak{U} \cdot \mathfrak{J}}{2}$ sich dabei wesentlich ändert. Für einen idealen Transformator gilt (vgl. Bild 101):

$$\mathfrak{U}_1 = \ddot{u}\,\mathfrak{U}_2;\quad \mathfrak{J}_1 = \frac{1}{\ddot{u}}\,\mathfrak{J}_2;\quad \mathfrak{N}_1 = \frac{\mathfrak{U}_1\,\mathfrak{J}_1}{2} = \frac{\mathfrak{U}_2\,\mathfrak{J}_2}{2} = \mathfrak{N}_2;$$

(117)

$$\mathfrak{R}_1 = \frac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{J}_1} = \ddot{u}^2\,\frac{\mathfrak{U}_2}{\mathfrak{J}_2} = \ddot{u}^2\,\mathfrak{R}_2.$$

Man kann einen Widerstand $\mathfrak{R}_2$ durch Vorschalten eines idealen Transformators in einen Widerstand $\mathfrak{R}_1 = \ddot{u}^2\mathfrak{R}_2$ umwandeln.

($\ddot{u}$ = Übersetzungsverhältnis $\approx \frac{w_1}{w_2}$ = Verhältnis der Windungszahlen.)

Auf diese Weise ist es z. B. möglich, eine Widerstandsanpassung durch einen Transformator vorzunehmen, wenn die Widerstände $\mathfrak{R}_1$ und $\mathfrak{R}_2$ nicht unmittelbar gleich gemacht werden können und sich in ihrer Größe stark unterscheiden. Man muß dann einen Transformator mit dem Übersetzungsverhältnis

$$\ddot{u} = \sqrt{\frac{\mathfrak{R}_1}{\mathfrak{R}_2}} \tag{118}$$

wählen.

Man sieht leicht ein, daß diese Gleichungen nur einen Idealfall darstellen. Der Transformator hat stets Verluste, so daß nicht $\mathfrak{N}_2 = \mathfrak{N}_1$ sein kann. Besonders können die Gleichungen (117) nicht bei Leerlauf und bei Kurzschluß gelten; denn für $\mathfrak{J}_2 = 0$ wird tatsächlich nicht $\mathfrak{J}_1 = 0$, es bleibt noch ein gewisser Leerlaufstrom bestehen. Ebenso wird für sekundären Kurzschluß, d. h. für $\mathfrak{U}_2 = 0$ nicht $\mathfrak{U}_1 = 0$.

Die Transformatoreigenschaften werden im allgemeinen durch folgende Gleichungen dargestellt:

$$\begin{aligned}\mathfrak{U}_1 &= (R_1 + j\omega L_1)\,\mathfrak{J}_1 + j\omega M\,\mathfrak{J}_2 = \mathfrak{R}_{11}\,\mathfrak{J}_1 + \mathfrak{M}\,\mathfrak{J}_2\\ \mathfrak{U}_2 &= (R_2 + j\omega L_2)\,\mathfrak{J}_2 + j\omega M\,\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{R}_{12}\,\mathfrak{J}_2 + \mathfrak{M}\,\mathfrak{J}_1.\end{aligned} \tag{119}$$

Daraus ergibt sich:

$$\begin{aligned}\left(\frac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{J}_1}\right)_{\mathfrak{J}_2=0} &= R_1 + j\omega L_1 = \mathfrak{R}_{11}\\ &= \textit{primärer Leerlaufwiderstand}\\ \left(\frac{\mathfrak{U}_2}{\mathfrak{J}_2}\right)_{\mathfrak{J}_1=0} &= R_2 + j\omega L_2 = \mathfrak{R}_{12}\\ &= \textit{sekundärer Leerlaufwiderstand}\end{aligned} \tag{120}$$

$$\left(\frac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{J}_1}\right)_{\mathfrak{U}_2=0} = \mathfrak{R}_{l_1} - \frac{\mathfrak{M}^2}{\mathfrak{R}_{l_2}} = \mathfrak{R}_{k_1}$$

= *primärer Kurzschlußwiderstand*

$$\left(\frac{\mathfrak{U}_2}{\mathfrak{J}_2}\right)_{\mathfrak{U}_1=0} = \mathfrak{R}_{l_2} - \frac{\mathfrak{M}^2}{\mathfrak{R}_{l_1}} = \mathfrak{R}_{k_2}$$

= *sekundärer Kurzschlußwiderstand.*

Bei einer sekundären Belastung $\mathfrak{R}_a = \mathfrak{U}_2/\mathfrak{J}_2$ wird

$$(121)\quad \mathfrak{U}_1/\mathfrak{J}_1 = \mathfrak{R}_1 = \mathfrak{R}_{l_1} - \frac{\mathfrak{M}^2}{\mathfrak{R}_{l_2} + \mathfrak{R}_a} = \mathfrak{R}_{R_1} + \frac{\mathfrak{M}^2}{\mathfrak{R}_{l_2}(\mathfrak{R}_{l_2} + \mathfrak{R}_a)}$$

= wirksamer primärer Widerstand.

Für einen idealen Transformator ist

$R_1 = R_2 = 0$; $L_1 = L_2 = M = \infty$; $L_1/M = M/L_2 = \ddot{u}$;

$\mathfrak{R}_{l_1} = \mathfrak{R}_{l_2} = \infty$; $\mathfrak{R}_{k_1} = \mathfrak{R}_{k_2} = 0$; $\mathfrak{R}_{l_1} \cdot \mathfrak{R}_{l_2} - \mathfrak{M}^2 = 0$.

Die einfachen, durch die Gleichungen (117) ausgedrückten Näherungsgesetze lassen sich aus dieser Art der Darstellung nur mühsam erkennen.

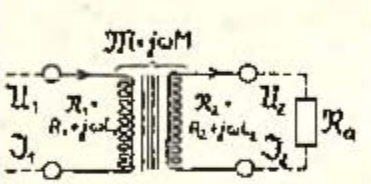


Bild 101. Transformator.

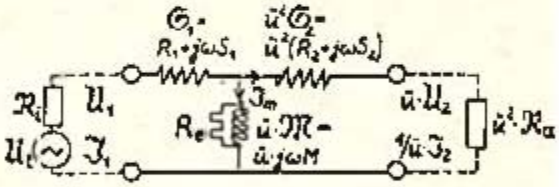


Bild 102. Transformator-Ersatzschaltung. (Sekundärwerte übersetzt.)

Viel einfacher und müheloser kann man die ganzen Eigenschaften des Transformators aus der in Bild 102 gezeichneten Stern-Ersatzschaltung unmittelbar ablesen. Hierin ist das Übersetzungsverhältnis ü eine im Prinzip ganz willkürliche Maßstabsänderung, die man einführt, um negative „Streuinduktivitäten" S_1 oder S_2 zu vermeiden. Man kann z. B. $\ddot{u} = L_1/M$ wählen, dann wird die „primäre Streuung" $S_1 = 0$; oder auch $\ddot{u} = M/L_2$, dann wird $S_2 = 0$. Am üblichsten ist es,

$$(122)\qquad \ddot{u} = \sqrt{\frac{L_1}{L_2}}$$

zu setzen[1]). Dann wird die primäre Streuung S_1 gleich der sekundären Streuung $\ddot{u}^2 S_2$, der Transformator also in Bezug auf die Blindkomponenten symmetrisch. Mit der üblichen Bezeichnung

$$k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} = \text{„Kopplungsfaktor“} \tag{123}$$

ergibt sich dann:

$$\ddot{u} M = k L_1; \quad \frac{M}{\ddot{u}} = k L_2,$$

$$S_1 = L_1 - \ddot{u} M = (1 - k) L_1 = \ddot{u}^2 S_2, \tag{124}$$

$$S_2 = L_2 - \frac{M}{\ddot{u}} = (1 - k) L_2 = \frac{S_1}{\ddot{u}^2}.$$

k ist eine von ü unabhängige Größe, die zwischen 1 und 0 liegt, je nachdem, ob die Kopplung fest oder lose ist. Bei fester Kopplung ($k \approx 1$) rechnet man zweckmäßig mit dem

$$\text{„Streufaktor“} \quad s = 1 - k^2 \approx 2 (1 - k) = \frac{S_1 + \ddot{u}^2 S_2}{L_1}, \tag{125}$$

der ein Maß für die gesamte primäre und sekundäre Streuung ist. Er wird meist in Prozent angegeben. Man beachte, daß für $s = 1\%$ nicht $k = 99\%$, sondern $k \approx 1 - \frac{1}{2} s = 99{,}5\%$ wird.

Der in Bild 102 eingezeichnete Parallelwiderstand R_e stellt die Eisenverluste dar. Er ist in erster Annäherung eine von der Frequenz und Amplitude (bei kleinen Amplituden) nur wenig abhängige Größe. Bei eisenlosen Transformatoren ist $R_e = \infty$, d. h. R_e fällt dort fort. Der große Vorteil dieser Ersatzschaltung ist, daß in den ganzen Gleichungen (122), (123), (124) die Frequenz nicht vorkommt, ein und dieselbe Ersatzschaltung mit bestimmten Widerständen R_1, R_2, R_e und Spulen S_1, S_2 und M also für alle Frequenzen[2]) und damit auch für Ströme beliebiger Kurvenform, z. B. für Schaltvorgänge gültig bleibt.

---

[1]) Für einen idealen Transformator mit $k = 1$ ist $L_1 : M : L_2 = w_1^2 : w_1 w_2 : w_2^2$. Alle drei Fälle sind dann unter sich und mit $\ddot{u} = w_1/w_2$ identisch. Bei fester Kopplung ($k \approx 1$) ist der Spielraum für ü sehr klein, wenn S_1 und S_2 positiv bleiben sollen, nämlich durch $\ddot{u} = \frac{L_1}{M}$ und $\ddot{u} = \frac{M}{L_2}$ begrenzt.

[2]) Bei hohen Frequenzen dürfen oft nur die natürlichen Kapazitäten nicht unberücksichtigt bleiben. Vgl. § 17c.

Aus der Ersatzschaltung (Bild 102) erkennt man ohne weiteres folgendes:

Bei fester Kopplung sind die Streuinduktivitäten S_1 und S_2 klein. Dann wirkt bei Leerlauf, d. h. $\mathfrak{R}_a = \infty$, hauptsächlich der große Querwiderstand $\ddot{u}\mathfrak{M} = k \cdot j\omega L_1$ der noch einen geringen Strom, den Leerlauf- oder „Magnetisierungsstrom" $\mathfrak{J}_m$ durchläßt. Bei Kurzschluß $\mathfrak{R}_a = 0$ fließt dagegen der Hauptstrom durch die Streuinduktivitäten $\mathfrak{S}_1$ und $\ddot{u}^2\mathfrak{S}_2$, der große Querwiderstand $\ddot{u}\,\mathfrak{M}$ nimmt dann nur einen kleinen Teil des Stromes auf, spielt keine Rolle. Im Falle der normalen Belastung wird der reduzierte Sekundärstrom $\frac{1}{\ddot{u}}\mathfrak{J}_2$ um den Magnetisierungsstrom $\mathfrak{J}_m$ kleiner als $\mathfrak{J}_1$, die reduzierte Sekundärspannung $\ddot{u} \cdot \mathfrak{U}_2$ um den Spannungsabfall $\Delta\mathfrak{U} = \mathfrak{S}_1\mathfrak{J}_1 + \ddot{u}\,\mathfrak{S}_2\mathfrak{J}_2$ kleiner als $\mathfrak{U}_1$. Man sieht hier ohne weiteres, wie der ideale Transformator einen

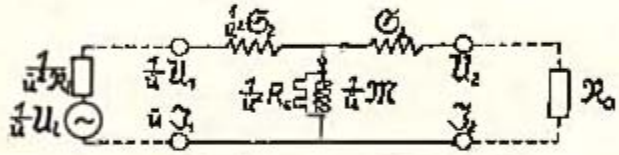


Bild 103. Transformator-Ersatzschaltung.
(Primärwerte übersetzt.)

unendlich großen Querwiderstand und einen unendlich kleinen Längswiderstand voraussetzt. Bei guten Transformatoren mit Eisenkern läßt sich dieser Grenzfall wenigstens für einen bestimmten Belastungsbereich, der vom Leerlauf und Kurzschluß hinreichend weit entfernt ist, nahezu verwirklichen. — Bild 103 zeigt, wie man auch umgekehrt alle primären Größen übersetzt auf die sekundären Größen beziehen kann.

Unter Vernachlässigung der Ohmschen Widerstände wird bei geringer Streuung angenähert:

$$(126)\quad \begin{aligned} &\mathfrak{R}_{l1} = j\omega L_1;\quad \mathfrak{R}_{k1} = s \cdot j\omega L_1;\quad \mathfrak{Z}_1 = \sqrt{\mathfrak{R}_{l1}\mathfrak{R}_{k1}} = \sqrt{s} \cdot j\omega L_1 \\ &\mathfrak{R}_{l2} = j\omega L_2;\quad \mathfrak{R}_{k2} = s \cdot j\omega L_2;\quad \mathfrak{Z}_2 = \sqrt{\mathfrak{R}_{l2}\mathfrak{R}_{k2}} = \sqrt{s} \cdot j\omega L_2 \end{aligned}$$

Für $s = 1\%$ liegt die günstigste Belastung $\mathfrak{R}_a = \mathfrak{Z}_2$ da, wo $\mathfrak{R}_a$ zehnmal kleiner als der Querwiderstand, aber zehnmal größer als der Längswiderstand ist. Es ist dann: $|\mathfrak{J}_m| = 1/10\,|\mathfrak{J}_1|$ und

$|\Delta\mathfrak{U}| = {}^1/_{10}\,|\mathfrak{U}_1|$. Bei Ohmscher Belastung $\Re_a$ unterscheiden sich dann $\frac{1}{\ddot{u}}\mathfrak{J}_2$ von $\mathfrak{J}_1$ und $\ddot{u}\mathfrak{U}_2$ von $\mathfrak{U}_1$ nur um ${}^1/_2$%, weil die Addition von $\mathfrak{J}_m$ und $\Delta\mathfrak{U}$ unter 90° erfolgt. Man beachte, daß $\mathfrak{J}_1$ und $\mathfrak{J}_2$ proportional ω sind, eine günstige Widerstandsanpassung bei frequenzunabhängigen (Ohmschen) Widerständen $\Re_1$ oder $\Re_a$ also nur in einem beschränkten Frequenzbereich möglich ist.

Bei loser Kopplung werden umgekehrt die Längswiderstände $\mathfrak{S}_1$ und $\ddot{u}^2\mathfrak{S}_2$ groß, der Querwiderstand $\ddot{u}\mathfrak{M}$ klein. Der letztere nimmt dann den Hauptstrom auf, so daß der Sekundärstrom $\mathfrak{J}_2$ entsprechend klein wird. Die Rückwirkung der sekundären Belastung auf den Primärkreis zeigt am besten der durch (121) dargestellte wirksame Primärwiderstand $\Re_1 = \mathfrak{U}_1/\mathfrak{J}_1$. Bei veränderlicher Ohmscher Belastung $\Re_a = R_a$ beschreibt der Endpunkt von $\Re_1$ einen Halbkreis (Bild 104), dessen Radius um so kleiner ist, je loser die Kopplung k ist (Bild 105). Das entspricht den Ausführungen von § 15. Vgl. dort besonders Bild 78. Auch hier wird ja gemäß der Ersatzschaltung von Bild 103 zu einem Blindwiderstand ein veränderlicher Wirk-

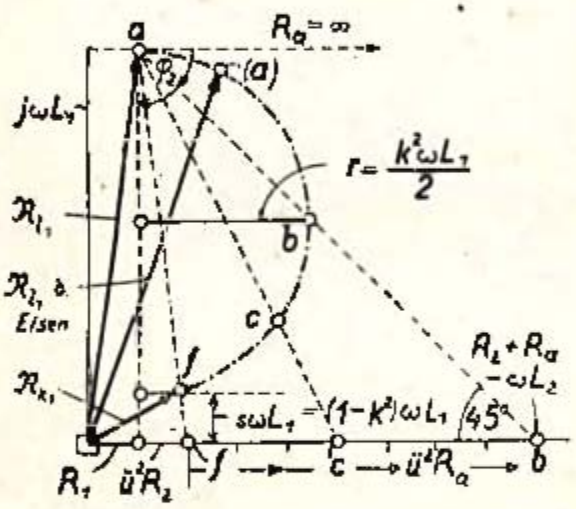


Bild 104. Geometrischer Ort für den Primärwiderstand $\Re_1 = \frac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{J}_1}$ bei veränderlicher Ohmscher Belastung R_a auf der Sekundärseite. $k^2 = 0{,}90$ (R_1 und $\ddot{u}^2R_2$ übertrieben groß gezeichnet. Praktisch ist oft $R_1 \approx \ddot{u}^2R_2 \approx \frac{1}{100}\omega L_1$).

Punkte:

a: Leerlauf; $R_a = \infty$; $\Re_1 = \Re_{l_1}$.
(a): Leerlauf bei Eisenkern; $(R_a) = R_e \approx 5\omega L_1$.
b: 45°-Belastung; $R_1 + R_a = \omega L_2$.
c: Günstige Belastung $R_1 + R_a = {}^1/_3\omega L_2$.
f: Kurzschluß; $R_a = 0$; $\Re_1 = \Re_{k_1}$.

widerstand parallel geschaltet. Der primäre Widerstand $\mathfrak{R}_1$ wird nach (121) durch die sekundäre Belastung gegenüber dem Leerlaufwiderstand $\mathfrak{R}_{l_1}$ um den Betrag

$$(127)\quad \frac{\mathfrak{M}^2}{\mathfrak{R}_{l_2}+R_a}=\frac{j\omega L_1\cdot j\omega L_2\cdot k^2}{R_2+j\omega L_2+R_a}=j\omega L_1\left(\frac{k^2}{1+\dfrac{R_2+R_a}{j\omega L_2}}\right)$$

vermindert, d. h. er erhält eine vergrößerte Wirkkomponente

$$(128)\quad R=R_1+\frac{k^2\ddot{u}^2(R_2+R_a)}{1+\operatorname{ctg}^2\varphi_2}=R_1+k^2\ddot{u}^2(R_2+R_a)\sin^2\varphi_2$$

und eine verkleinerte Blindkomponente

$$(129)\quad j\omega L=j\omega L_1(1-k^2\sin^2\varphi_2).$$

Dabei ist

$$(130)\quad \operatorname{tg}\varphi_2=\frac{\omega L_2}{R_2+R_a}\quad\left[\text{also }\sin^2\varphi=\frac{(\omega L_2)^2}{(R_2+R_a)^2+(\omega L_2)^2}\right],$$

d. h. φ_2 ist der Phasenwinkel des Widerstandes des gesamten Sekundärkreises. — Diese Gleichungen gelten auch für eine nicht Ohmsche beliebige Belastung $\mathfrak{R}_a$, wenn unter R_2+R_a die gesamte Wirkkomponente, unter $j\omega L_2$ die gesamte Blindkomponente des Sekundärkreiswiderstandes verstanden wird, — das letztere freilich auch bei der Berechnung des Übersetzungsverhältnisses ü und des Kopplungsfaktors k nach (122) und (123).

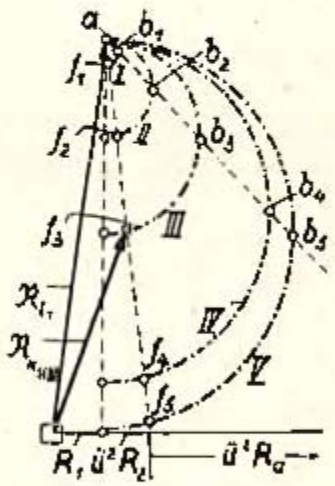


Bild 105. Wie Bild 104, nur verschiedene Kopplungen.

Halbkreise	k	k²	S = 1 − k²
I	0,25	0,063	0,937
II	0,5	0,25	0,75
III	0,707	0,50	0,50
IV	0,95	0,90	0,10
V	1,0	1,0	0,00

Die Eisenverluste wirken wie eine Art Vorbelastung mit einem Ohmschen Widerstande R_e (vgl. Bild 102), der im wesentlichen parallel zu $\ddot{u}^2\mathfrak{R}_a$ liegt und besonders dem Leerlaufswiderstand $\mathfrak{R}_{l_1}$ eine größere Wirkkomponente gibt, als die Kupferverluste R_1 allein es tun. Vgl. Bild 104, Punkt (a).

c) Resonanztransformator. Der sekundär mit einer Kapazität belastete Transformator = Resonanztransformator spielt bei Elektronen-Röhrenschaltungen eine große Rolle. Und zwar einerseits als Gittertransformator für Tonfrequenz, wobei die Belastung meist in der Eigenkapazität des Transformators selbst besteht, und die Kopplung infolge Verwendung eines Eisenkerns meist sehr fest ist. ($k \approx 1$; $s = 1 - k^2 \ll 1$). Anderseits als induktiv angekoppelter Schwingungskreis der Hochfrequenztechnik, wobei infolge Verwendung von Spulen ohne Eisen die Kopplung meist ziemlich lose ist ($k < 0{,}7$; $s = 1 - k^2 > 0{,}5$). Physikalisch handelt es sich in beiden Fällen um das gleiche Problem, das durch das Schaltbild 106 oder die Ersatzschaltung 107 dargestellt werden kann.

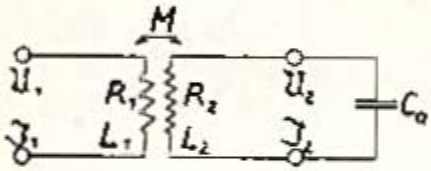


Bild 106. Kapazitiv belasteter Transformator.

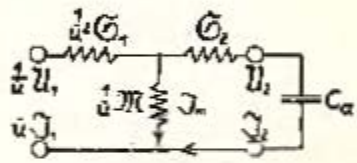


Bild 107. Ersatzschaltung für den kapazitiv belasteten Transformator.

In Anlehnung an die in § 15 besprochenen Resonanzfälle setzt man zweckmäßig

$$\omega_2 = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} = \textit{Eigenfrequenz}$$

$$v_2 = \frac{\omega}{\omega_2} - \frac{\omega_2}{\omega} = \textit{Verstimmung}$$

$$\varrho_2 = \frac{\omega_2 L_2}{R_2} = \textit{Resonanzschärfe} \tag{131}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \varrho_2 v_2 = \frac{\omega L_2 - \dfrac{1}{\omega C_a}}{R_2} = \textit{Phasenverschiebung}$$

} des gesamten Sekundärkreises für sich allein.

Dann wird der wirksame Widerstand auf der Primärseite nach (121):

$$(132)\qquad \frac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{J}_1} = \mathfrak{R}_1 = R_1 + j\omega L_1 - \frac{(j\omega M)^2}{R_2 + j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega Ca}\right)} = R_1 + j\omega L_1\left[1 - \frac{j\varrho_2 k^2}{1 + j\varrho_2 v_2}\right].$$

In der Ersatzschaltung erhält man für die Parallelschaltung von $\frac{1}{\ddot{u}}\mathfrak{M}$ mit $\left(\mathfrak{S}_2 + \frac{1}{j\omega Ca}\right)$ den „*Kopplungswiderstand:*

$$(133)\quad \mathfrak{R}_{ko} = \frac{[j\omega L_2 \cdot k]\cdot\left[R_2 + j\left(\omega L_2[1-k] - \frac{1}{\omega Ca}\right)\right]}{[j\omega L_2 \cdot k] + \left[R_2 + j\left(\omega L_2[1-k] - \frac{1}{\omega Ca}\right)\right]} = j\omega L_2 k\frac{1 + j\varrho_2 v_2 - j\varrho_2 k}{1 + j\varrho_2 v_2} = j\omega L_2 k\left[1 - \frac{j\varrho_2 k}{1 + j\varrho_2 v_2}\right].$$

Wie es sein muß, ist $\mathfrak{R}_1 = \mathfrak{S}_1 + \ddot{u}^2\,\mathfrak{R}_{ko}$.

Beim Resonanztransformator sind zwei verschiedene Arten von Resonanz möglich, wie sich am besten wieder aus der Ersatzschaltung Bild 107 erkennen läßt. Die erste besteht in einer *Parallelresonanz* zwischen C_a (in Reihe mit $\mathfrak{S}_2$) und $\frac{1}{\ddot{u}}\mathfrak{M}$. Beachtet man, daß $\frac{1}{\ddot{u}}M_2 + S_2 = L_2$ ist, so lautet die Resonanzbedingung:

$$(134)\qquad \omega L_2 = \frac{1}{\omega C_a} \quad \text{oder} \quad v_2 = 0$$

d. h. der Sekundärkreis für sich allein kommt in Resonanz und bildet dann nach (93) in § 15 einen ϱ_2-mal größeren Widerstand. Dies wirkt wie ein verstärkter Leerlauf. Der normale induktive Leerlaufstrom $\mathfrak{J}_m$ wird durch den kapazitiven Belastungsstrom $\mathfrak{J}_2$ nahezu aufgehoben, so daß der Strom $\mathfrak{J}_1$ wesentlich kleiner als bei Leerlauf wird, falls $\mathfrak{U}_1$ konstant bleibt. $\mathfrak{U}_2$ bleibt praktisch gleich $\frac{1}{\ddot{u}}\mathfrak{U}_1$. Das gilt für feste Kopplung, d. h. S_2 und $\frac{1}{\ddot{u}^2}S_1$ klein gegen $\frac{1}{\ddot{u}}M$, ein Fall, der bei den normalen eisen-

geschlossenen Transformatoren der Nieder- und Tonfrequenztechnik meist erfüllt ist.

Für lose Kopplung, wie sie besonders in der Hochfrequenztechnik vorkommt, sind umgekehrt die Streuinduktivitäten S_2 und $\frac{1}{\ddot{u}^2} S_1$ groß gegen die Kopplungsinduktivität $\frac{1}{\ddot{u}} M$. Normal ist dann der Strom $\mathfrak{J}_2$ im Sekundärkreis sehr klein, der Primärstrom $\mathfrak{J}_1$ nahezu gleich $\mathfrak{J}_m$. Im Resonanzfall $\omega L_2 = \frac{1}{\omega C_a}$ wächst der Strom $\mathfrak{J}_2$ nahezu auf das ϱ_2-fache an, während der Strom $\mathfrak{J}_1$ nahezu unverändert bleibt. Das gilt für den Fall, daß die Kopplung so lose ist, daß auch der durch die Parallelresonanz erhöhte Kopplungswiderstand $\mathfrak{R}_{ko}$ klein gegen den übrigen Widerstand des Primärkreises bleibt. Bei großer Resonanzschärfe ϱ_2 des Sekundärkreises wird das freilich nur bei extrem loser Kopplung k der Fall sein. Im allgemeinen macht sich die Rückwirkung des Sekundärkreises auf den Primärkreis im Resonanzfall bemerkbar. Man beachte, daß der Kopplungswiderstand im Resonanzfall rein reell ist, die Phasenverschiebung 0 besitzt, also wie ein Ohmscher Widerstand dämpfend auf den Primärkreis wirkt.

Für die Parallelresonanz $v_2 = 0$ wird bei beliebiger Kopplung:

$$\mathfrak{R}_{ko} = \omega L_2 k (\varrho_2 k + j). \tag{135}$$

Die Wirkkomponente $\omega L_2 k^2 \varrho_2$ wird nicht ϱ_2, sondern $\varrho_2 k$-mal größer als der Querwiderstand $\omega L_2 k$, weil ein Teil $S_2 = (1 - k) L_2$ der Induktivität im Kapazitätszweig liegt. Der Primärwiderstand wird für $v_2 = 0$

$$\mathfrak{R}_1 = R_1 + \omega L_1 k^2 \varrho_2 + j\omega L_1, \tag{136}$$

erhält also eine um $\omega L_1 k^2 \varrho_2$ größere Wirkkomponente als bei Leerlauf, während sich die Blindkomponente $j\omega L_1$ nicht ändert.

Der zweite Resonanzfall besteht in einer *Reihenresonanz* zwischen C_a und den Streuinduktivitäten $\frac{1}{\ddot{u}^2} S_1 + S_2 = s \cdot L_2$.

Vgl. Bild 107. Bei fester Kopplung lautet daher für ihn die Resonanzbedingung:

$$(137) \qquad s \cdot \omega L_2 = \frac{1}{\omega C_a},$$

d. h. C_a muß $\frac{100}{s\%}$ mal größer oder die Frequenz $\frac{1}{\sqrt{s}} = \frac{10}{\sqrt{s\%}}$ mal höher sein als im ersten Fall. Diese Reihenresonanz wirkt wie ein verstärkter Kurzschluß. Der Strom $\ddot{u}\mathfrak{J}_1 \approx \mathfrak{J}_2$ wird größer als beim direkten Kurzschluß $\mathfrak{R}_a = 0$, weil die Drosselwirkung der Streuinduktivitäten S_1 und S_2 durch C_a aufgehoben wird. Die Spannung $\mathfrak{U}_2$ wird größer als $\frac{1}{\ddot{u}}\mathfrak{U}_1$, falls die Widerstände R_1 und R_2 nicht größer als ωS_1 und ωS_2 sind. Das letztere kann freilich bei sehr fester Kopplung, geringer Streuung leicht eintreten. Die Reihenresonanz ist dann sehr unscharf.

Bei loser Kopplung ist der Strom $\mathfrak{J}_m$ neben $\mathfrak{J}_2$ mit zu berücksichtigen. Die Parallelschaltung beider Zweige, d. h. der durch (133) dargestellte Kopplungswiderstand, muß eine negative, kapazitive Blindkomponente besitzen, die mit der primären Streuinduktivität S_1 in Resonanz kommt. Der Kopplungswiderstand geht beim Durchgang durch die oben behandelte Parallelresonanz gemäß Bild 84 in § 15 von einem induktiven zu einem kapazitiven Widerstand über. Daraus, daß er kapazitiv sein muß, folgt, daß auch bei beliebiger Kopplung und bei beliebiger Dämpfung die Reihenresonanz stets höher als die Parallelresonanz liegen muß. — Die größte kapazitive Blindkomponente erreicht der Kopplungswiderstand nach (95) in § 15 für die 45°-Verstimmung $v_2 = \frac{1}{\varrho_2}$. Für diese ergibt sich aus (133):

$$(138) \qquad \mathfrak{R}_{ko} = \omega L_2 k \left(\frac{\varrho_2 k}{1+j} + j\right) = \omega L_2 k \left[\frac{\varrho_2 k}{2} - j\left(\frac{\varrho_2 k}{2} - 1\right)\right].$$

Bei geringer Resonanzschärfe ϱ_2 oder sehr loser Kopplung k reicht die negative Blindkomponente von $\mathfrak{R}_{ko}$ nicht aus, um mit der Streuinduktivität $\frac{1}{\ddot{u}_2}\omega S_1 = \omega L_2 (1 - k)$ in Resonanz zu

kommen. Das tritt nicht ein, falls

$$1 - k > \frac{\varrho_2 k^2}{2} - k \text{ oder } \varrho_2 k^2 < 2 \tag{139}$$

ist. Dann kommt eine richtige Reihenresonanz mit einem Durchgang der Phase durch Null überhaupt nicht zustande.

Bild 108 zeigt den geometrischen Ort des Primärwiderstandes $\mathfrak{R}_1 = \frac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{J}_1}$ bei veränderlicher sekundärer Kapazität C_a. Für $C_a = 0$ herrscht Leerlauf (Punkt a). Es ist $\mathfrak{R}_1 = \mathfrak{R}_{1_l} = R_1 + j\omega L_1$. Mit wachsendem C_a beschreibt der Endpunkt von $\mathfrak{R}_1$ ähnlich wie bei dem in Bild 82 gezeichneten Resonanzfall einen Kreis, dessen Durchmesser

$$2r = \omega L_1 \cdot k^2 \varrho_2 \tag{140}$$

ist, also um so größer, je fester die Kopplung k und je größer die Resonanzschärfe $\varrho_2 = \omega L_2/R_2$ des Sekundärkreises ist. Die Parallelresonanz, bei der der Sekundärkreis für sich in Resonanz kommt und bei der $\mathfrak{R}_1$ gemäß (136) eine um $\omega L_1 k^2 \varrho_2$ größere Wirkkomponente erhält, ist durch die Punkte $c_1, c_2, \ldots$ dargestellt, die auf einer Horizontalen durch den Leerlaufspunkt a liegen. Die Reihenresonanz, bei der die Kapazität mit der Streuinduktivität in Resonanz kommt, und bei der $\mathfrak{R}_1$ klein wird, ist durch die Punkte e_4, e_3, e_2 dargestellt, die auf der reellen Achse liegen, für die also die Blindkomponente durch die kapazitive Rückwirkung wegkompensiert wird. Die größte kapazitive Rückwirkung herrscht bei der 45°-Verstimmung des Sekundärkreises, den Punkten $d_1, d_2, \ldots$, die auf einer von a ausgehenden unter 45° geneigten Geraden liegen. Man sieht, wie diese Punkte nicht mehr unterhalb der reellen Achse liegen, $\mathfrak{R}_1$ also überhaupt nicht mehr kapazitiv wird, falls in Übereinstimmung mit (139) $k^2 < \frac{2}{\varrho_2}$ ist. Von der Reihenresonanz, einem Minimum für $\mathfrak{R}_1$, ist dann kaum mehr etwas bemerkbar. Das eigentliche Minimum des Widerstandes liegt dann auch nicht auf der reellen Achse (den Punkten e), sondern mehr nach

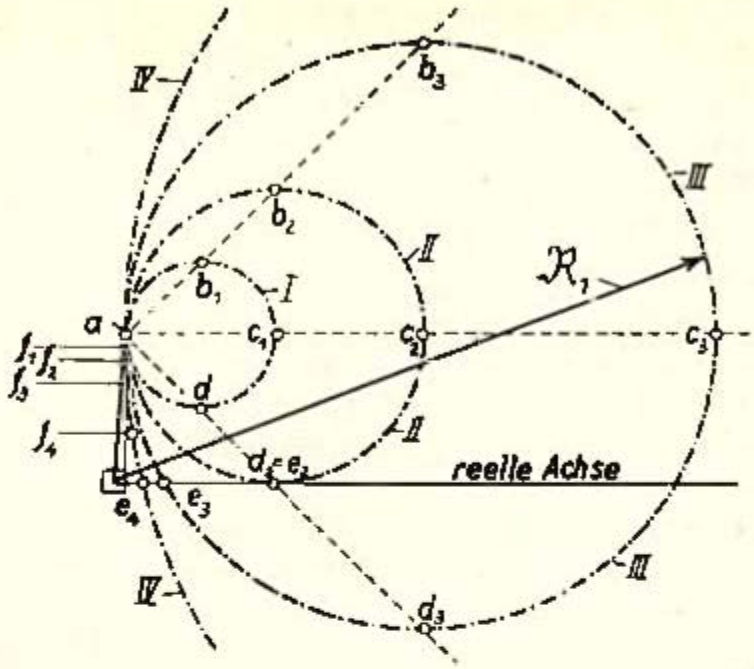


Bild 108. Geometrischer Ort für den Primärwiderstand $\mathfrak{R}_1 = \frac{\mathfrak{U}_1}{\mathfrak{J}_1}$ eines Transformators bei fester Frequenz ω, aber veränderlicher kapazitiver Belastung C_a für vier verschiedene Kopplungen k.

Kreise:

I: $k^2 = \frac{1}{\varrho_2}$; lose Kopplung.

II: $k^2 = \frac{2}{\varrho_2}$; „ „

Kreise:

III: $k^2 = \frac{4}{\varrho_2}$; festere Kopplung.

IV: $k^2 = \frac{8}{\varrho_2}$; „ „

Punkte:

a: Leerlauf; $v_2 = -\infty$;
$\frac{1}{\omega C_a} = \infty$; $\varphi_2 = -90°$.

b: 45°-Verstimmung; $v_2 = -\frac{1}{\varrho_2}$;
$\frac{1}{\omega C_a} - \omega L_2 = R_2$; $\varphi_2 = -45°$.

c: Parallelresonanz; $v_2 = 0$;
$\frac{1}{\omega C_a} - \omega L_2 = 0$; $\varphi_2 = 0$.

d: 45°-Verstimmung; $v_2 = +\frac{1}{\varrho_2}$;
$\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_a} = R_2$; $\varphi_2 = +45°$.

Punkte:

e: Reihenresonanz; $v_2 \approx k^2$;
$\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_a} \approx k^2 \omega L_2$; $\varphi_2 = 0$
$\left(\text{genauer: } k^2 = v_2 + \frac{1}{\varrho_2^2 v_2}\right)$.

f: Kurzschluß; $v_2 = +\infty$;
$\frac{1}{\omega C_a} = 0$; $\varphi_2 = +85{,}2°$, da
$\varrho_2 = \frac{\omega L_2}{R_2} = 12$ angenommen
und $\operatorname{tg} 85{,}2° = 12$ ist.

den Kurzschlußpunkten f zu. Diese lassen sich nach der in Bild 105 angegebenen Konstruktion für jede gegebene Kopplung k auch in Bild 108 leicht bestimmen. — Auch das Maximum des Widerstandes bei der Reihenresonanz liegt besonders bei kleinem k^2 nicht bei den Punkten c, sondern etwas mehr nach den Punkten b, zum Leerlauf hin zu.

Ist $k^2 \ll \frac{1}{\varrho_2}$, so schrumpft der Kreis gemäß (140) punktartig zusammen. Bei einer solchen extrem losen Kopplung übt der Sekundärkreis auf den Primärkreis überhaupt keine Rückwirkung mehr aus. Im Sekundärkreis tritt dann die Resonanz mit der vollen Schärfe ϱ_2 auf, während bei fester Kopplung durch die Rückwirkung auf den Primärkreis eine Art Pseudodämpfung eintreten kann. Vgl. Bild 97 in § 16.

§ 18. Das Überlagerungsgesetz.

(141) *Befindet sich in einem Stromsystem, das nur konstante Wechselwiderstände enthält, nur eine einzige sinusförmige EMK., $e = E \sin \omega t$, so sind im stationären Zustande sämtliche Ströme und Spannungen auch sinusförmig von der gleichen Frequenz ω.*

Ströme irgend einer anderen Frequenz oder auch Gleichströme können nicht auftreten. Dieser Satz gilt auch für $\omega = 0$, d. h. für eine zeitlich konstante EMK. In diesem Falle müssen auch alle Ströme und Spannungen reine Gleichströme und Gleichspannungen sein. Irgendwelche Schwankungen sind im stationären Zustand nicht möglich.

Befinden sich in einem Stromsystem, das nur konstante Wechselwiderstände enthält, mehrere EMK. $e_1, e_2 \ldots e_h \ldots$, so gilt das Überlagerungsgesetz:

(142) *Jede EMK. e_h erzeugt in dem ganzen Stromsystem Ströme und Spannungen i_h und u_h in genau derselben Weise, als wenn sie allein da wäre, alle übrigen EMK.*

nicht vorhanden wären[1]). *Die tatsächlichen Ströme und Spannungen sind dann an jeder Stelle einfach die Überlagerung dieser verschiedenen Teilströme.*

Hierbei brauchen die verschiedenen EMK. durchaus nicht an derselben Stelle des Stromsystems zu liegen, sondern können beliebig über das Stromsystem verteilt sein. Sie können auch alle verschiedene Frequenzen besitzen, einschließlich $\omega = 0$, d. h. auch Gleichstrom und Wechselstrom überlagern sich, ohne sich gegenseitig zu beeinflussen. Man kann sogar die Bedingung der Sinusförmigkeit fallen lassen, weil man nach Fourier jede beliebige nicht sinusförmige Funktion in sinusförmige Komponenten zerlegen kann. Jede der einzelnen Komponenten der EMK. erzeugt dann im ganzen Stromsystem sinusförmige Teilströme und -Spannungen von der ihr eigenen Frequenz, und es sind dann wieder alle diese Komponenten zu überlagern. Dabei ergibt sich an verschiedenen Stellen im allgemeinen nicht wieder dieselbe resultierende Kurvenform, weil die verschiedenen Frequenzen sich verschiedenartig über das Stromsystem verteilen. Ein Kondensator läßt z. B. besser die hohen, eine Drosselspule die tiefen Frequenzen durch, ein Resonanzkreis bevorzugt Frequenzen, die seiner Eigenfrequenz benachbart sind. Nur die Sinuskurve behält nach (141) immer ihre Kurvenform bei.

Aus dem Überlagerungsgesetz, d. h. der Unabhängigkeit der verschiedenen Teilströme folgt:

(143) *Es ist unmöglich, in einem Stromsystem mit nur konstanten Wechselwiderständen eine Stromart in eine andere umzuwandeln.*

In einem solchen Stromsystem kann weder Gleichstrom in Wechselstrom, noch Wechselstrom in Gleichstrom oder in Wechsel-

---

[1]) Bei Stromquellen mit einem inneren Widerstand $\mathfrak{R}_i$ muß dieser für die Berechnung im Stromsystem liegen bleiben. Stromquellen mit konstanter Spannung ($\mathfrak{R}_i = 0$) sind daher durch einen Kurzschluß, Stromquellen mit konstanter Stromstärke ($\mathfrak{R}_i = \infty$) durch eine Unterbrechung zu ersetzen.

strom anderer Frequenz umgewandelt werden. — Durch Umkehrung folgt hieraus:

(144) *Jede Umwandlung einer Stromart in eine andere erfordert mindestens einen „veränderlichen Widerstand", einen „anormalen Bestandteil" A.*

Beispiele für A sind: Periodisch bewegter Schalter, Mikrophon, Gleichrichter, Detektor, Elektronenröhre, Glimmlampe, Lichtbogen oder auch eine Eisendrossel mit starker Sättigung (Frequenzwandler).

Ist in einem Stromsystem nur eine Stromquelle E und ein solcher Bestandteil A vorhanden, so ist der letztere als Umformer zu betrachten, der die ursprüngliche Stromart E in eine neue Stromart N umformt. Dieser Umformer A ist für die Stromart E als Verbraucher, für die neuentstehende Stromart N als Generator aufzufassen. Die letztere hat also ihre Stromquelle in A und schickt von dort aus den Strom durch das ganze Stromsystem. Außerhalb von A gilt dann überall wieder das Überlagerungsgesetz: N und E vermischen sich nicht. Man kann das ganze Problem daher in drei Teile zerlegen.

a) Zuführung der Stromart E von ihrer Stromquelle zum Umformer A,

b) Umformung von E in N innerhalb von A,

c) Fortleitung der Stromart N von A aus zum Verbraucher von N.

a) und c) sind schaltungstechnische Probleme, für die z. B. die Widerstandsanpassung und dergleichen eine Rolle spielen, b) betrifft dagegen den inneren Mechanismus von A, also z. B. das innere Verhalten einer Elektronenröhre. Demgemäß wird in allen folgenden Abschnitten stets zwischen der „Theorie der Schaltungen" und der „Theorie der Röhren" unterschieden werden, gleichgültig ob es sich um die Anwendung als Verstärker und Sender (Umwandlung von Gleich- in Wechselstrom) oder als Gleichrichter und Detektor (Umwandlung von Wechsel- in Gleichstrom) handelt.

Unabhängig von dem Anwendungsgebiet und der Art des anormalen Bestandteiles A (es könnte z. B. auch ein Kontaktdetektor oder ein Frequenzwandler sein) lassen sich einige ganz allgemein gültige, einfachste Schaltungsanordnungen aufstellen. Sie sind in den Bildern 109 bis 112 dargestellt. Nur um eine bestimmte Vorstellung zu haben, denke man an eine Gleichstrom-Wechselstromumformung (oder umgekehrt). G ist dann der Gleichstromgenerator (oder -Verbraucher), W der Wechselstromverbraucher (oder -Generator), A der Umformer, z. B. eine Elektronenröhre.

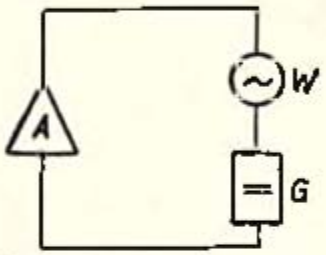


Bild 109.

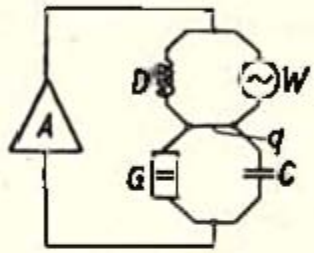


Bild 110.

Reihenschaltung.

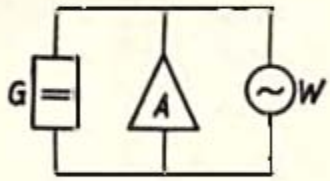


Bild 111.

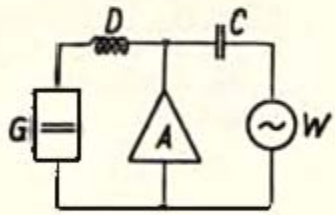


Bild 112.

Parallelschaltung.

Bild 109 zeigt alle drei in Reihe geschaltet, Bild 111 alle drei parallel geschaltet. Die Reihenschaltung verlangt, daß G für Wechselstrom und W für Gleichstrom gut durchlässig ist, die Parallelschaltung verlangt das Entgegengesetzte, nämlich daß G für Wechselstrom und W für Gleichstrom undurchlässig ist. Bei der Reihenschaltung kann man durch Parallelschalten von für die erforderliche Stromart durchlässigen Schaltelementen (Drosselspule D, Kondensator C in Bild 110), die für die andere Stromart aber undurchlässig sein müssen, nachhelfen. Ebenso kann man die Undurchlässigkeit bei der Parallelschaltung durch

Vorschalten entsprechender Schaltelemente verbessern (Bild 112), die für die andere Stromart aber durchlässig sein müssen. Trennt man die (unwichtige) Querverbindung q in Bild 110, so wird die dortige Reihenschaltung mit der Parallelschaltung von Bild 112 identisch.

Die Bilder 113 bis 117 zeigen Differentialschaltungen mit zwei gleichartigen Umformern A (Elektronenröhren). In Bild 113 wird durch zwei gleiche G-Anordnungen erreicht, daß aus Symmetriegründen durch W kein Gleichstrom fließen kann, also

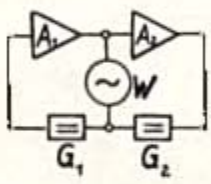


Bild 113.

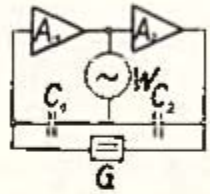


Bild 114.

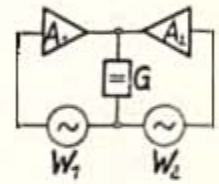


Bild 115.

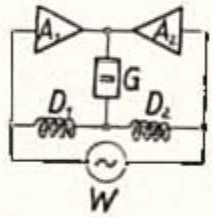


Bild 116.

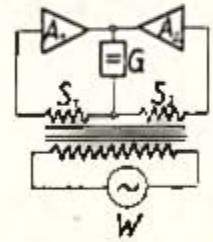


Bild 117.

Bild 113—117. Differentialschaltungen.

der innere Widerstand von W für Gleichstrom gleichgültig ist. Ein W-bildender Eisentransformator wird in diesem Falle nicht durch den Gleichstrom vormagnetisiert (Gegentaktschaltung). Bild 114 zeigt, wie man auch mit einem G auskommen kann, indem man für den Wechselstrom einen künstlichen symmetrischen Mittelpunkt schafft. Bild 115 zeigt die entsprechende Differentialschaltung mit zwei gleichen W-Anordnungen, wodurch der Wechselstrom aus Symmetriegründen nicht durch G fließen kann. Bild 116 zeigt nur ein W mit künstlichem Mittelpunkt, Bild 117 die übliche praktische Ausführung mit einem Trans-

formator, der zwei gleiche Sekundärwicklungen S_1 und S_2 besitzt. Diese liegen auf einem Eisenkern, und weil S_1 und S_2 vom Gleichstrom in entgegengesetztem Sinne durchflossen werden, tritt keine Vormagnetisierung des Eisenkerns ein. Dasselbe kann man auch in Bild 116 erreichen, wenn man D_1 und D_2 einen gemeinsamen Eisenkern gibt. Bild 118 zeigt schließlich eine Brücke mit vier gleichen A-Umformern, bei der aus Symmetriegründen weder G von Wechselstrom, noch W von Gleichstrom durchflossen wird. Diese Schaltung wird für Trockengleichrichter viel verwandt. Für Elektronenröhren, die alle vier besonders geheizt werden müßten, ist sie etwas umständlich.

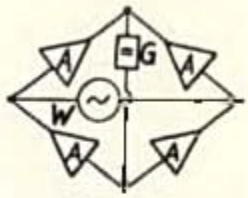


Bild 118.
Brückenschaltung.

Druck von Breitkopf & Härtel in Leipzig.

Lehrbuch der Elektronen-Röhren und ihrer technischen Anwendungen. Von o. Professor **Dr. H. Barkhausen**, Direktor des Instituts für Schwachstromtechnik an der Technischen Hochschule Dresden.

II. Band: **Röhrensender.** 3. Auflage. VI und 121 Seiten mit 69 Abbildungen. 8°. Broschiert RM 4.—, Leinen RM 6.—

Aus dem Inhalt: III. Der Leistungsumsatz: 1. Das Problem des Röhrensenders. — 2. Zerlegung in Gleich- und Wechselstrom. — 3. Grenzen für die Strom- und Spannungsschwankungen. — 4. Grenzgitterspannung. — 5. Grenzanodenwiderstand. Unter- und überspannter Zustand. — 6. Beispiele A. Schwingungen erster Art. — 7. Beispiele B. Schwingungen zweiter Art. — 8. Beispiele C. Überspannter Zustand. — 9. Vorteile hoher Betriebsspannung. — 10. Durchgriff- und Gitterleistung. — IV. Die Selbsterregung: 12. Das Problem der Selbsterregung. — 13. Die Rückkopplung. — 14. Die Selbsterregungsformel. — 15. Diskussion der Selbsterregungsformel. — 16. Die einfachsten Wechselstromschaltungen. — 17. Selbsterregung infolge der natürlichen Gitter-Anodenkapazität. — 18. Gekoppelte Systeme (Ziehl-Erscheinungen). — 19. Gleichstromschaltungen. — 20. Die Amplitude der selbsterregten Schwingungen und ihre Stabilität. — 21. Besondere Arten der Selbsterregung.

III. Band: **Empfänger.** VI und 255 Seiten mit 124 Abbildungen. 8°. Broschiert RM 8.—, Leinen RM 10.—

Aus dem Inhalt: V. Entdämpfung. A. Normale Wechselströme: 1. Ein einfaches Beispiel. — 2. Experimentelle Bestätigung. — 3. Verwickeltere Schaltungen. — 4. Schwinglinienderstellung. — 5. Selbstüberlagerung. — 6. Mitnahmebereich. — 7. Pendelrückkopplung. — 8. Zusammenfassung von Teil V, A. — B. Modulierte Wechselströme: 9. Modulation durch Signale. — 10. Modulation durch Überlagerung. — 11. Einwirkung auf einen Schwingungskreis. — 12. Folgerungen. — 13. Zusammenfassung von Teil V, B. — VI. Gleichrichter. A. Theorie der Schaltungen: 14. Das Überlagerungsgesetz. — 15. Der Wechselstrom. — 16. Ein Beispiel. — 17. Der Richtstrom. — 18. Reihen- und Parallelschaltung. — 19. Modulierte Wechselströme. — 20. Zusammenfassung von Teil VI, A. — B. Theorie der Röhren: 21. Das geometrische Problem der Gleichrichtung. — 22. Richtkennlinien. — 23. Der Wechselstrom. — 24. Der Richtstrom. — 25. Geradlinig geknickte Kennzeichen. — 26. Einseitige Parabel. — 27. Exponentialfunktion. — 28. Nichtsinusförmige Wechselspannungen. — 29. Modulation durch Telegraphie. — 30. Modulation durch Telephonie. — 31. Modulation durch Überlagerung. — 32. Zusammenfassung von Teil VI, B. — C. Röhren mit Gitter: 33. Anodengleichrichtung (=Richtverstärker). — 34. Gittergleichrichtung (=Audion). — 35. Vergleich zwischen Gitter- und Anodengleichrichtung. — 36. Experimentelle Bestätigungen — 37. Überlagerungsempfang. — 38. Zusammenfassung von Teil VI, C. — VII. Empfänger: 39. Die modernen Probleme der Empfangstechnik. — 40. Gleichrichtung und Verstärkung. — 41. Größenordnungen: a) Mindestwerte in Rücksicht auf Lautstärke, b) Grenze in Rücksicht auf Störungen. — 42. Nahestörungen. — 43. Fernstörungen. — 44. Frequenzauswahl (Selektivität). — 45. Frequenzauswahl beim Überlagerungsempfang. — 46. Verzerrungen: a) Frequenzabhängigkeit b) Formverzerrung. — 47. Einstellbarkeit. — 48. Zusammenfassung von Teil VII.

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG

Behandlung von Schwingungsaufgaben mit komplexen Amplituden und mit Vektoren.

Von o. Professor Dr. H. G. Möller, Direktor des Instituts für angewandte Physik an der Universität Hamburg.

Mit 91 Abbildungen und 1 Tafel. X, 128 Seiten. 8°. Broschiert RM 6.—, Leinen RM 8.—

Aus dem Inhalt: I. Die theoretischen Grundlagen: 1. Grundbegriffe. — 2. Welche Rechenoperationen werden beim Studium von Schwingungen gebraucht? — 3. Ausführung von Addition und Subtraktion zweier Schwingungen. Graphische Differentiation im Vektordiagramm. — 4. Warum ist die reelle Rechnung mit sin ωt und cos ωt schwülstig? Einführung der komplexen Zeitfunktion $e^{j\omega t}$. — 5. Zusammenfassung von Amplitude und Phase in der komplexen Amplitude. — 6. Vereinfachung beim Komplexrechnen, an Beispielen erläutert. — 7. Ein Bedenken. Was bedeutet die Multiplikation einer komplexen Amplitude mit einem komplexen Faktor? — 8. Graphische Darstellung des Zusammenhanges zweier Schwingungen, deren Aplituden $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ durch die linearen Beziehungen $\mathfrak{A} = P\mathfrak{B}$, $\mathfrak{A} = jP\mathfrak{B}$, $\mathfrak{A} = Pe^{j\varphi}\mathfrak{B}$ verbunden sind. Lissajousfiguren. — 9. Der komplexe Widerstand. — 10. Division durch komplexe Widerstände. — 11. Übungsbeispiel: Eine Stromverzweigung. — 12. Regeln zur Berechnung der Amplituden von Differentialquotienten und Integralen. — 13. Hysteresis und komplexe Permeabilität $\mu = \mu_1 + j\mu_2$. — 14. Berechnung der Phasenverschiebung zweier Schwingungen. — 15. Komplexe Amplituden und Vektordarstellung. — 16. Wann sind Multiplikationen unzulässig? — 17. Anwendung auf gedämpfte, gekoppelte und fortschreitende Schwingungen. — II. Beispiele: 1. Zusammenfassung der Theorie. — 2. Ein mechanisches Beispiel: die Heuslingersteuerung. — 3. Die Wheatstonesche Brücke. — 4. Herstellung konstanter Spannungen beliebiger Phase. — 5. Resonanzkreise. — 6. Der Transformator. — 7. Wirbelströme im Transformatorblech. — 8. Der Drehstromasynchronmotor (Heylandkreis). — 9. Beispiele aus der Theorie des Röhrensenders. — 10. Verbindung elektrischer Wechselströme mit mechanischen Schwingungen. — 11. Beispiele aus der Theorie der Kabel. — 12. Beispiele aus der Theorie der Siebketten. — Anhang: 1. Ableitung der Eulerschen Formel $\cos x + j \sin x = e^{jx}$. — 2. Ein Hilfssatz. — 3. Die allgemeine Lösung. — 4. Elektrotechnische Vorbemerkung.

Professor Dr. G. Hilpert, Technische Hochschule Breslau: Das wertvolle Buch entspricht einem dringenden Bedürfnis und wird sich bei den Studierenden großer Beliebtheit erfreuen.

Physikalische Berichte: In den Lehrbüchern und Originalabhandlungen über Wechselstrom- und Schwachstromtechnik, drahtlose Telegraphie und Optik wird meist mit komplexen Amplituden gerechnet. Es fehlte bisher ein Lehrbuch, in dem diese Rechenmethode dargestellt und an Hand von Beispielen geübt wird.

Elektrotechnische Zeitschrift: Das Rechnen mit komplexen Zahlen ist immer noch vielen Elektrotechnikern ein Gebiet der Geheimnisse und Symbole, von denen die reale Erscheinungswelt überschattet wird. Deshalb ist jede Arbeit wertvoll, die jene eigentliche Sprache der Schwingungstechnik veranschaulicht. An Hand glücklich gewählter Beispiele werden die theoretischen Grundlagen geklärt, die Sonderheiten der einzelnen Rechenmethoden gegeneinander abgewogen und die Überlegenheit der komplexen Rechnung erwiesen. Elementare Anwendungen aus Mechanik und Elektrotechnik stehen dem Leser schon als Lohn dieses ersten Kapitels in großer Zahl zur Verfügung; er folgt auf dieser Grundlage leicht den schwierigeren Anwendungen. Seine frische und klare Sprache wird dem Buch bald viele Freunde werben und die verdiente Verbreitung, namentlich unter den Studierenden, sichern.

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG

Elementare Einführung in die physikalische Statistik.

Insbesondere in die Theorie des metallischen Zustandes. Von Dr. Karl K. Darrow, Bell Telephone Labor. New York. Aus dem Englischen übersetzt und ergänzt von Dr. Eugen Rabinowitsch. Mit einem Vorwort von Professor Dr. M. Born, Göttingen. VIII, 112 Seiten mit 3 Abbildungen. 8°. 1931. Kart. RM 6.—

Aus dem Inhalt: Grundlagen der physikalischen Statistik: Einleitung. Die klassische Statistik. Die Bosestatistik. Die Fermistatistik. — Elektronentheorie des metallischen Zustands: Anwendung der Fermistatistik auf die Elektronen in Metallen. Die spezifische Wärme. Charakteristische Eigenschaften der Elektronenverteilung in Metallen. Glühelektrizität. Die kalte Entladung. Photoelektrischer Effekt. Paramagnetismus des Elektronengases. Theorie der elektrischen Leitfähigkeit. Temperaturabfall in einem homogenen Metall; Wärmeleitfähigkeit. Das Gesetz von Wiedemann und Franz. Innere Potentialdifferenzen. Theorie der thermoelektrischen Erscheinungen.

M. Born, Göttingen: Ich möchte das Studium dieses sehr gelungenen Büchleins aufs wärmste empfehlen. Der Verfasser besitzt die Fähigkeit, Methoden und Ergebnisse der theoretischen Physik in einfacher, für den Experimentalphysiker verständlicher Weise darzustellen. Die Grundgedanken, welche die neuen Theorien von den sogenannten klassischen unterscheiden, kommen prägnant zum Ausdruck. Im Mittelpunkt steht die Anwendung der statistischen Methoden auf die Elektronentheorie der Metalle, und in der Tat ist ja die Bedeutung der Metalle und ihrer elektrischen Eigenschaften für Physik, Chemie und Technik ungeheuer.

Elementare Einführung in die Wellenmechanik.

Von Dr. Karl K. Darrow, New York. Aus dem Englischen übersetzt und ergänzt von Dr. E. Rabinowitsch, Göttingen. Mit einem Vorwort von Professor Dr. E. Schrödinger, Berlin. VIII, 102 Seiten mit 3 Abbildungen. 8°. 1929. Kart. RM 5.—

Aus dem Inhalt: Das Bohr'sche Atommodell / Klassische Mechanik und Wellenmechanik / Einfache Beispiele von stationären Wellensystemen. Beispiel der gespannten Saite. Beispiel einer eingespannten Membran. Beispiel einer Flüssigkeitskugel / Atommodelle der Wellenmechanik. Betrachtung einer Saite mit einer veränderlichen oder sogar imaginären Wellengeschwindigkeit. Darstellung eines einfachen harmonischen Oszillators in der Wellenmechanik. Darstellung des Wasserstoffatoms in der Wellenmechanik. Störungstheorie. Der Starkeffekt. Darstellung des Rotators in der Wellenmechanik. Darstellung des freien Elektrons in der Wellenmechanik / Physikalische Bedeutung der wellenmechanischen Gleichungen. Schrödingersche Deutung der Funktion ψ. Statistische Umdeutung der Wellenmechanik / Anwendung der Wellenmechanik auf Mehrkörperprobleme. Atome mit mehreren Elektronen. Wellenmechanische Deutung der H_2-Molekel. Die Paulische Regel und die wellenmechanische Deutung der homöopolaren Valenzzahl.

Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht: Darrows vortreffliche Einführung fesselt von Anfang bis zu Ende. Sie beginnt mit den elementarsten Überlegungen, nimmt dann ein kleines Repetitorium aus der mathematischen Schwingungslehre und der Behandlung akustischer Probleme vor und befindet sich auf einmal mitten in der de Broglie-Schrödingerschen Theorie. Nur ein ganz klarer Geist, der mit jedem Schritte vorwärts gedankliche Schwierigkeiten für die Leser herausfühlte und beseite zu räumen wußte, konnte dieses kleine Kunstwerk schaffen. Eine so elementare, überlegene Einführung in die Wellenmechanik fehlte bisher im deutschen Schrifttwerk.

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG

Professor Dr. Bernhard Bavink

Ergebnisse und Probleme der Naturwissenschaften

Eine Einführung in die heutige Naturphilosophie

4., vollständig umgearbeitete und erweiterte Auflage
VIII, 616 Seiten. Gr.-8°. 1930. Mit 88 Abbildungen im Text und auf 1 Tafel. Broschiert RM 23.—, Ganzleinen RM 25.—

I. **Kraft und Stoff.** 1. Die Grundtatsachen der Chemie. 2. Molekül und Atom. 3. Bedeutung und Wert physikalischer Hypothesen. 4. Die Grundlagen der Mechanik. 5. Das Problem der Kausalität. 6. Der Energiesatz und die Einteilung der Physik. 7. Die kinetische Wärmetheorie. 8. Entwicklung der Lichttheorie. 9. Die elektromagnetische Lichttheorie. 10. Atomistische Theorie der Elektrizität (Elektronentheorie). 11. Die Relativitätstheorie und die allgemeine Feldlehre. 12. Die Erscheinung der Lichtemission und -absorption. 13. Die Quantentheorie. 14. Die Bohrsche Spektraltheorie. 15. Wellen- und Quantenmechanik. 16. Das heutige physikalische Weltbild. 17. Der Erkenntnisprozeß in der Physik.

II. **Weltall und Erde.** 1. Einteilung der Wissenschaften. 2. Hypothesen in den Existenzialwissenschaften. 3. Grenzen der Erkenntnis in diesen. 4. Erhaltungssätze und Entropiesatz. 5. Endlichkeit oder Unendlichkeit der Welt in Zeit und Raum. 6. Das Weltproblem vom Standpunkte der Relativitätstheorie. 7. Ewigkeit der Welt oder Schöpfung?

III. **Materie und Leben.** 1. Physikalisch-chemische Grundlagen des Lebens. 2. Die lebende Zelle. 3. Das Formbestimmungsproblem (Determinationsproblem). 4. Das Problem der Vererbung. 5. Kausalität und Zweckmäßigkeit. 6. Psychophysisches Grundproblem. 7. Metaphysische Folgerungen. 8. Problem der Artenbildung. Abstammungslehre. 9. Die Frage nach den treibenden Kräften der Artenbildung. 10. Variabilität und ihre Vererbung. 11. Die Sektionslehre.

IV. **Natur und Mensch.** 1. Ursprung der Menschen. 2. Natur und Kultur. 3. Gehirn, Seele und Bewußtsein. 4. Erbanlage und Kultur: a) Rasse und Kultur, b) Rassenhygiene. 5. Philosophie der Technik. 6. Naturschutz. 7. Das Problem der Werte. 8. Natur und Werturteil.

Kolloid-Zeitschrift: Mit dem Gefühl reichsten Beschenktseins lege ich Bavinks Werk endlich beiseite — jedoch so, daß es immer gleich greifbar ist. R. E. Liesegang.

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG